

CÁLCULO AVANZADO

ORIENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

Cálculo Avanzado es una asignatura del bloque Ciencias Básicas, área Matemática, que tiene a Análisis Matemático I y II y Álgebra y Geometría Analítica como asignaturas correlativas para cursar y aprobar.

La asignatura se estructura enfatizando el modo de resolver aquellos problemas básicos de la física, que se expresan en ecuaciones diferenciales parciales. La principal razón por la cual se busca resolver las ecuaciones diferenciales es llegar a conocer acerca de los procesos físicos que dichas ecuaciones modelan. La profundización en el conocimiento de los procesos naturales complejos se logra a partir de la construcción ordenada y e la combinación de modelos sencillos. Por lo tanto, un minucioso conocimiento de esos modelos, de las ecuaciones que los describen y sus soluciones, se constituye en el primer paso indispensable hacia las soluciones más complejas de los problemas reales de ingeniería.

Se introduce el llamado Análisis de Fourier. Se plantea el uso de las series trigonométricas de senos y cosenos en las llamadas series de Fourier, y como pueden representar ciertas funciones periódicas. Se discute el problema de la convergencia de las series de Fourier a partir de los diferentes criterios de convergencia. Sin profundizar ni caer en definiciones rigurosas, se presentan sucintamente las definiciones de convergencia en la media, uniforme y puntual.

Este tema se considera una articulación con los Análisis de las Materias Básicas, con el propósito de introducir al alumno en el tema de las Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP).

Se pretende que el alumno conozca que es una EDP y cuál es su utilidad práctica en la ingeniería. Se muestran sucintamente los métodos de resolución utilizados para las EDP, se las clasifica y se muestra con algunos ejemplos que serán tratados con mayor profundidad en el tema siguiente. Se introduce una de las más importantes herramientas para resolver EDP lineales, que es el método de separación de variables.

Se introducen las EDP más importantes, cada una de ellas en dos variables independientes: la ecuación del calor (o ecuación de difusión) y la ecuación de onda. Se trata de ecuaciones EDP lineales y homogéneas, de segundo orden y a coeficientes constantes. Se profundizan en dos dimensiones.

El docente promoverá que alumno sea capaz de modelar matemáticamente el problema real analizado. El término modelo se refiere aquí a un problema matemático, cuya solución permite describir o predecir el comportamiento que se espera en la respuesta de un sistema físico, ante determinadas acciones o datos iniciales. El sistema físico queda correctamente determinado por un conjunto de principios físicos, que se espera sean bien conocidos por el alumno, y que puedan por lo tanto ser traducidos en sentencias matemáticas. Estas sentencias tomarán la forma de ecuaciones matemáticas, donde el “estado” del sistema físico jugará el rol de ser aquello que se desea conocer dentro del problema.

El proceso de enseñar la formulación del modelo matemático correspondiente a un sistema físico se realiza por medio de ejemplos, muchos de ellos derivados de las experiencias del alumno en su paso por el Laboratorio de Física. En cada uno de ellos, se describe el sistema físico y las variables de estado que caracterizan su comportamiento intrínscico. En cada caso, se muestra sucintamente la EDP que gobierna el problema. Se introducen los conceptos de problemas de valor inicial y en el contorno en forma intuitiva.

Se introduce al alumno en las aproximaciones por diferencias finitas. Aquí se pretende revalorizar la importancia de los métodos numéricos aproximados. Se plantean las ventajas y desventajas de las soluciones analíticas y numéricas.

Las técnicas de solución de EDP hasta aquí vistas, tales como separación de variables, series de Fourier, conducen invariablemente a la solución exacta, siempre y cuando puedan ser aplicadas. Sin embargo, la mayoría de ellas solo se aplican en casos definidos por ecuaciones a coeficientes constantes y lineales. Cuando la ecuación posee coeficientes variables o no lineales, debemos caer en el uso de otras técnicas.

En la práctica, muchas de las EDP no podrán resolverse mediante solución exacta, y deberemos recurrir a métodos aproximados de solución, es decir, los métodos numéricos.

Mientras que muchos métodos numéricos aparecen hoy gracias a la irrupción de la computadora, otros son de muy vieja data. El método de las diferencias finitas fue usado para resolver problemas de astronomía y cartografía, aún antes de que la derivada fuese descubierta. Sin embargo, muchos de los trabajos teóricos sobre diferencias finitas comenzaron en el siglo 20.

El objetivo es mostrar como una EDP puede ser sustituida por un sistema de ecuaciones algebraicas, mediante el reemplazo de las derivadas parciales de una ecuación por las aproximaciones en diferencias finitas. El sistema de ecuaciones algebraicas podrá resolverse numéricamente con la ayuda de software específico.

Generalmente los alumnos menosprecian los métodos que conducen a la solución aproximada del problema. Pero si tenemos en cuenta que aproximadamente sólo se pueden resolver por métodos exactos en no más del 5% de las ecuaciones diferenciales que se presentan en ingeniería, esta consideración pone de manifiesto su importancia

El docente hará hincapié en las dos versiones diferentes de modelado matemático. Una de las versiones es el modelo continuo, que trata precisamente al sistema físico como un medio continuo. Una consecuencia directa de este punto de vista, será que al plantearse la formulación matemática del problema, las ecuaciones gobernantes del sistema físico derivarán en ecuaciones diferenciales.

La versión discreta del modelo aparecerá, cuando al sistema físico se lo observe como si estuviera compuesto por entidades discretas, cada una de las cuales podrá considerarse de tamaño finito, o bien, infinitesimal. En este caso, la formulación matemática de los principios físicos tomará la forma de un sistema de ecuaciones algebraicas.

La diferenciación entre los modelos discreto y continuo contribuirá no solo a una mejor comprensión del sistema físico, sino que también favorecerá la comprensión de un modelo por el otro. Por lo general, resultará usual recurrir al modelo continuo, cuando se desea obtener una información *cualitativa* acerca del sistema físico, mientras que el modelo discreto aparecerá normalmente, cuando se requiera una comprensión *cuantitativa* de los resultados. La razón de este punto de vista es simplemente práctica. Los problemas modelados en forma discreta tienen una escala tal, que solo pueden ser tratados con la colaboración de software y equipos de computación, puesto que con su ayuda pueden ser rápidamente generados los resultados. Por otro lado, aún cuando no se pueda obtener una solución explícita, el modelo continuo podrá la mayoría de las veces, proveer información acerca de la naturaleza cualitativa del sistema, mediante la utilización de adecuados métodos que tienen sus raíces en el cálculo y en análisis.

El docente buscará comparar el modelo continuo y el modelo discreto. Se ilustrará explicando que ambos modelos son alternativas igualmente válidas a la hora de describir los sistemas físicos, y que ninguno de ellos debe ser visto como más o menos exacto que el otro. Más aún, mientras que el modelo continuo puede ser siempre obtenido a partir del modelo discreto mediante el paso al límite, puede suceder por ejemplo, que no sea posible expandir las derivadas en series de Taylor, transformando el modelo continuo al discreto.

La presentación que se realizará buscará también ilustrar al alumno sobre el rol que juegan las simplificaciones en el desarrollo del modelo matemático. La forma final que asume el modelo matemático, depende sin dudas de la naturaleza de las simplificaciones que se hayan realizado.

El docente buscará crear en el alumno la impresión de que en los problemas de ingeniería se requiere por igual, una profunda formación tanto en el análisis como en el álgebra lineal.

USO DE SOFTWARE COMPUTACIONAL

Los métodos de enseñanza-aprendizaje han experimentado un profundo cambio en los últimos años, y continúan evolucionando a rápida velocidad. Sofisticados equipos de computación y potentes softwares para el cálculo y la graficación, son accesibles a la mayoría de los estudiantes. Estos equipos hacen relativamente sencillo ejecutar cálculos numéricos extensos y complicados, generan información gráfica al instante, formalizan los conceptos con claridad que se pretenden enseñar, e incluso, permiten manipular con precisión complejas operaciones simbólicas.

El hecho de que los estudiantes tengan hoy en día a su alcance estas capacidades, permite modificar en forma substancial el modo de presentar los temas en clase, afectándose también, las expectativas sobre el rendimiento de los alumnos. En virtud de todo esto, el docente promoverá el uso de software de ingeniería con procesadores de cálculo simbólico, tal como **MAPLE**, los que ayudarán en la resolución de los problemas a abordar en la asignatura.

La tradicional técnica del lápiz y el papel será combinada con el uso efectivo de la computadora. Los resultados y gráficos cuantitativos, generados con su ayuda, habrán de ilustrar y clarificar conclusiones que desde las expresiones analíticas pueden resultar complicadas de entender. Por otro lado, la utilización de eficientes métodos numéricos, se apoyará en un análisis preliminar, que determinará las características esenciales de la solución, y que servirá como guía para la implementación computacional. Permitirán además, investigar los casos especiales, las situaciones límites, o descubrir que variables o parámetros son los que requieren especial atención.

EVALUACIONES

MOMENTOS:

- Evaluación diagnóstica al iniciar el curso. Se realiza para poder determinar el grado de homogeneidad del curso y el nivel de conceptos adquiridos.
- Evaluación durante el desarrollo de los trabajos. Durante el cursado se realiza la evaluación de los alumnos, a través de la entrega de los Trabajos Prácticos en Maple y Cuestionarios (Multiple Choice) para garantizar que los alumnos lleven la materia al día. Con esto se va obteniendo un concepto de los alumnos, se mejora la asistencia a las clases prácticas y se aprovechan mejor los tiempos asignados a cada práctica.
- Parciales: Para la verificación del grado de aprendizaje de los alumnos, se prevén dos evaluaciones parciales. Se contempla una instancia recuperatoria para cada examen parcial desaprobado.

INSTRUMENTOS:

- Recolección y corrección de los cuestionarios y trabajos prácticos en Maple efectuados por alumnos.

ACTIVIDADES:

- Participación en clases teóricas y prácticas: de asistencia obligatoria.
- Realización de prácticas. Presentación de trabajos.

CURSADO:

La regularidad se logra mediante:

- La aprobación de cada uno de los dos parciales o sus recuperatorios. El puntaje total correspondiente a cada parcial es de 100 puntos, y se aprobará con 60 puntos o más. Quien obtenga menos de 60 puntos, desaprueba la instancia correspondiente, y deberá proceder a su recuperación.
- El Promedio de los Cuestionarios que se toman durante las clases debe alcanzar los 6 puntos sobre 10 puntos.
- Aprobación de los trabajos prácticos en MAPLE.
- 75% de asistencia a clases teórico-prácticas.

APROBACIÓN DIRECTA:

- Los alumnos que tengan accedan a la regularidad por haber cumplido con los requisitos del cursado sin llegar a la instancia de recuperación en los exámenes parciales, podrán si lo desean acceder al régimen de aprobación directa. Para aprobar la materia directamente tendrán que aprobar dos evaluaciones teóricas en las fechas indicadas al iniciarse el cursado. Estas evaluaciones se aprobarán con 6 o más puntos sobre 10 y tendrán sus respectivos recuperatorios.

EXAMEN FINAL

- Los alumnos que no accedan al régimen de aprobación directa tendrán que rendir examen final. Modalidad de examen: escrito. El examen final versará sobre el total de la asignatura, y se le solicitará al alumno la respuesta de cuestiones teórico-prácticas que evidencien su entendimiento conceptual de los temas desarrollados. El examen final se tomará en las fechas programadas a tal efecto, y será del tipo teórico-práctico. Podrá complementarse con una prueba oral.