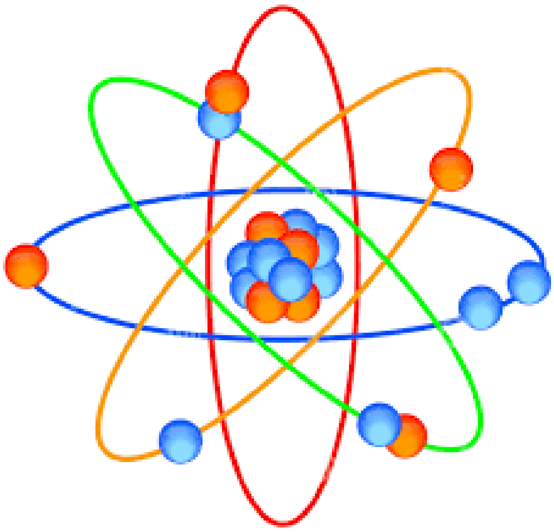
SEMINARIO DE INGRESO

FÍSICA



UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL
Facultad Regional Bahía Blanca

INGRESO

FÍSICA

MATERIAL DE ESTUDIO Y EJERCITACIÓN

Autor: Ing. José Genovese

Supervisión y revisión: Ing. Ricardo Bernatene

Agosto de 2018

CONTENIDOS

Programa

- **UNIDAD 1.** Introducción. Mediciones. Magnitudes. Unidades. Sistema Internacional.

- **UNIDAD 2.** Vectores en el plano. Operaciones con vectores: Suma, resta, multiplicación por un escalar, descomposición de un vector en dos direcciones. Producto escalar.

- **UNIDAD 3.** Estática del punto. Punto material, modelización. Fuerza. Masa. Peso. Sistemas de fuerzas, resultante. Equilibrio del punto material.

- **UNIDAD 4.** Cinemática del punto material. Sistemas de referencia. Posición. Movimiento. Trayectoria. Conceptos de velocidad y aceleración. Movimiento rectilíneo uniforme. Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Caída libre. Gráficas en función del tiempo.

Unidad 1

- Introducción
- Magnitudes, unidades y su conversión
- Mediciones
- Elección de unidades, sistema métrico legal argentino (SIMELA), sistema internacional (SI)
- Conversión de unidades
- Metodología recomendada
- Actividades
- Anexo I

Introducción

Se pretende que con este curso de Física el alumno repase algunos de los temas y conceptos adquiridos en el nivel medio de sus estudios, y comience a comprender y valorar a ésta Ciencia como un ***medio***, un ***instrumento***.

Se estudia Física porque un ingeniero o licenciado en organización industrial necesita conocer, comprender e interpretar situaciones y predecir acontecimientos de la naturaleza.

Algunos de los objetivos de la Física son:

- Descubrir los fenómenos que se producen en la naturaleza.
- Explicar cómo suceden.
- Estudiar a entes reales presentes en la naturaleza.

El método que sigue la Física coincide con el de las Ciencias Naturales. Sigue varias etapas que van desde la enunciación de una hipótesis, hasta convertir a esta en una ley (o descartar la hipótesis).
La importancia de la Física no radica sólo en conocer, sino también comprender los fenómenos tales como:

- El movimiento de satélites y cohetes
- El movimiento armónico de cuerpos
- La caída libre en el vacío
- El tiro oblicuo de proyectiles
- La rotación de los cuerpos
- Etc.

El desarrollo de las Ciencias Naturales y por excelencia, la Física, con el aporte de numerosas culturas, prepararon el camino hacia la técnica. Esta ha permitido grandes avances, como ser el perfeccionamiento de maquinarias y el aprovechamiento de la energía, lo cual hace necesario el conocimiento de las leyes que rigen la Física porque los dispositivos que produce la Tecnología funcionan de acuerdo con las leyes físicas.

La naturaleza con sus comportamientos fue siempre un misterio por el que el hombre se sintió desafiado, haciéndole sentir la necesidad de descifrarla no sólo para comprenderla sino para dominarla y transformarla, con el objetivo de usarla en su beneficio.

Para interpretar fenómenos y poder predecirlos, es necesario tener un buen conocimiento de las cosas a través de la verificación de los supuestos planteados.

A estos supuestos se los confirma o no, planteando nuevas ideas y relacionándolas a partir de las causas que las produjeron. Se tiene así, una estructura de conocimientos verificables, y por consiguiente, falibles. ***Esta estructura ordenada de conocimientos es lo que se denomina Ciencia.***

Cuando estudiamos un fenómeno, con sólo observarlo generalmente no podemos comprenderlo; necesitamos de un conocimiento de sus causas y de sus efectos.

Ahora bien, hemos dado una definición de Ciencia, podemos también clasificarla en:

a) Ciencias Formales (o ideales).
b) Ciencias Fácticas (o materiales).

a) Tienen por objeto el estudio de entes ideales abstractos, que son creación de la mente humana. Estos entes ideales pueden llenarse de contenidos con objetos reales.
Están comprendidas dentro de estas ciencias la Matemática y la Lógica.

b) Tienen por objeto el estudio de entes reales o sea fenómenos que son transformaciones, sucesos o procesos que están presentes y/o alteran de algún modo la naturaleza.
Las ciencias fácticas no inventan objetos para estudiarlos sino que observan los hechos reales. Los enunciados que se formulan deben ser experimentados.

Son ciencias fácticas las Física, la Química y la Biología, por ejemplo, siendo la más general y fundamental, la Física.

Tecnología

Es la aplicación práctica de las ciencias, y tiene por objeto el estudio de las técnicas.

Técnicas

Son todos los mecanismos que el hombre crea para utilizar convenientemente los elementos y fenómenos de la naturaleza. Consiste en la ***aplicación práctica*** de las ***ciencias*** a través de ***medios*** y equipos para mejorar su vida.

Por último, se destaca que:

- La Ciencia y la Tecnología interactúan formando un sistema en el que se realimentan mutuamente.
- El técnico busca los fundamentos en la Ciencia y a su vez provee a la Ciencia de los instrumentos que el científico utiliza para sus comprobaciones.

- El progreso de la Ciencia depende en parte del avance de la Tecnología y viceversa.
- El objetivo de la Ciencia es el progreso del conocimiento mientras que la Tecnología tiene por objetivo la transformación de la realidad.
- La Ciencia tiende a adquirir nuevas informaciones sobre la realidad mientras que la Tecnología tiende a introducir la información en los sistemas existentes.

De esta manera se ha intentado tener una visión global de la Ciencia y la Tecnología y la importancia del estudio de la ***Física,*** como la ciencia que nos proporciona el conocimiento básico para que con ***ingenio*** podamos mediante la Tecnología (sus avances y desarrollo), resolver los problemas, hechos y fenómenos que nos plantea la naturaleza a diario.

En este sentido debe quedar claro que en este mundo contemporáneo debemos desempeñarnos eficiente e inteligentemente ya que tenemos contacto permanente con el mundo tecnológico.

Magnitudes, Unidades y su Conversión

Para la mayoría de los estudiantes la cuestión del cambio de unidades es una actividad poco agradable. Pero aunque no nos guste, debemos aceptar que expresar cantidades de magnitudes en distintas unidades es una necesidad en la Física, la Química, la Ingeniería y la Industria; también en Economía, donde además los valores relativos de las monedas, acciones, etc. no son constantes, sino que cambian, a veces en cada minuto. O sea, para la totalidad de las personas en actividad laboral o estudiantil, resulta un recurso indispensable. Les presentamos el tema junto con una metodología de conversión de unidades muy adecuada para enfrentar cualquier tipo de problema de conversión de unidades.

Magnitudes

¿A qué se llama magnitud? De una forma simple, se puede decir que ***una magnitud física es toda propiedad de un cuerpo que sea posible de medir***. Dos propiedades que se puedan comparar entre si dos a dos, corresponden a la misma magnitud.
Por ejemplo:

- La distancia entre ciudades, el perímetro de un cuadrado, la altura de una persona son comparables entre sí, por lo tanto corresponden a propiedades correspondientes a la misma magnitud llamada *longitud*.

- El período de un péndulo, la duración de la noche, la de una jornada laboral, se pueden comparar, por lo tanto corresponden a la magnitud *tiempo*.

Las magnitudes definidas a partir de otras se llaman *derivadas*; por ejemplo, la velocidad que es un cociente entre longitud y tiempo. Las que se definen sin ese recurso se denominan *fundamentales o de base*. Estas, por acuerdo de la comunidad científica, se fijan e indican cómo se miden, dependiendo del sistema de medidas adoptado.

Existen magnitudes que al informar la cantidad y la unidad ya queda perfectamente definida toda la información que contiene. Por ejemplo, decir que la temperatura ambiente es 17 °C es suficiente para dar una idea de que ropa ponerse, pero indicar se ejerce una fuerza de 400 N no alcanza para la representación de la situación, ya que falta indicar sobre que objeto se ejerce la fuerza, cual es la dirección, y cuál es su sentido. Las primeras magnitudes descriptas se denominan ***magnitudes escalares***, y las segundas, ***magnitudes vectoriales***. Estas últimas se representan además por un símbolo (una especie de flechas) llamadas ***vectores***, que serán el tema de la próxima unidad.

Mediciones

¿Qué es medir? Fundamentalmente ***medir** es comparar*. ¿Qué se compara? Al medir se está comparando la cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud que arbitrariamente se toma como unidad.

Por ejemplo, si el largo de una birome cabe exactamente cinco veces en el ancho de la mesa, se dice que la mesa tiene 5 biromes de ancho. En este caso "birome" es la unidad elegida de la magnitud "longitud", y el resultado de la medición es 5 biromes.

El resultado de una medición o el valor de una magnitud física deben contener de manera imprescindible, un número y una unidad. No tiene sentido decir que la altura de una persona es 1,80: podrían ser yardas, pies o metros.

Elección de unidades. Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) Sistema Internacional (SI)

La unidad del ejemplo anterior tiene el inconveniente que no todas las biromes son de igual longitud; una unidad debe ser constante, debe ser usada por todos y ser fácil de reproducir. Para que se cumplan estos requisitos, los científicos se han puesto de acuerdo y crearon el Sistema Internacional de Unidades (SI) en el año 1960. Argentina adhirió al mismo con el nombre de Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA).

El SI está constituido de modo que a partir de nueve unidades, que corresponden a magnitudes consideradas fundamentales (independientes), se obtienen en forma coherente las unidades derivadas correspondientes a las restantes magnitudes. Esto significa que tales unidades se expresan por productos o cocientes de unidades fundamentales, sin uso de factores numéricos.

Se recomienda consultar en este momento el anexo 1, que contiene información publicada por el INTI (Instituto Nacional de Tecnología Industrial) referida a las unidades fundamentales y derivadas, y las reglas de escritura y empleo de los símbolos de las unidades del SI.

En este punto existen muchos errores y es necesario ir eliminándolos; uno de los más extendidos es colocar un punto al final del símbolo de la unidad: esto es un error, pues los símbolos de las unidades no son abreviaturas, y por lo tanto no llevan punto final.

Conversión de Unidades

A veces por razones culturales y otras por conveniencia, resulta que no siempre se usan las unidades del SI. Eso ocurre cuando se mide el tiempo en años, minutos u horas, o cuando se expresa la velocidad en km/h, las pantallas de los televisores en pulgadas, las chapas galvanizadas en pies, etc. En otros casos, las unidades del SI pueden resultar inadecuadas por su tamaño: es el caso de expresar, por ejemplo, el paso de una rosca de tornillo en metros; en estos últimos casos se recurre al uso de los múltiplos y submúltiplos de la unidad, usando el sistema métrico decimal. En la siguiente tabla figuran los prefijos que se usan en el SI, y su equivalencia.

Prefijo	Símbolo	Equivalencia
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}

Prefijo	Símbolo	Equivalencia
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Por ejemplo, la potencia instalada de la central termoeléctrica de Bahía Blanca es de 620.000.000 W (620 millones de Watt); en este caso es conveniente hacer uso del prefijo mega y expresarla como 620 MW.

Los primeros casos presentados sólo se pueden abordar mediante la conversión de unidades, y como esto es muy común en la actividad estudiantil y profesional, se debe estar preparado para hacerlo de la manera más eficiente posible.

Metodología Recomendada

La regla de oro en todos los casos de conversión de unidades, desde los más simples a los más complicados, es que resulta imprescindible conocer la equivalencia entre la unidad de uno y otro sistema.

La segunda clave que se debe conocer, es que las unidades se tratan como cualquier otra magnitud algebraica: si las magnitudes se suman, restan, multiplican o dividen en una ecuación algebraica, la unidad sigue las mismas reglas: puede sacarse factor común, simplificarse, etc. No olvidar que entre el número y la unidad no se coloca ningún símbolo, pero todo funciona como si fuera un producto.

Por ejemplo, si se quiere averiguar la distancia recorrida en 2 horas por un auto que se mueve a velocidad constante de 70 km/h, se utiliza la conocida expresión Δx = v.Δt. Entonces

$$\Delta x = v.\Delta t = \frac{70\ km}{\cancel{h}}.2\cancel{h} = 140\ km$$

Como se observa, se ha simplificado la unidad de tiempo como se haría con cualquier otra magnitud algebraica en las mismas condiciones.

Con base en estas dos claves (el conocimiento de la equivalencia y el hecho de utilizar las unidades como magnitudes algebraicas), se puede pasar de una unidad a otra fácilmente: si se quisiera saber a cuantas millas equivale la distancia anterior, se usa la equivalencia entre milla y km: 1 mi = 1,61 km.

Dividiendo en ambos miembros de la igualdad anterior por 1,61 km, se obtiene:

$$\frac{1\ mi}{1,61\ km} = 1$$

Se pueden convertir ahora fácilmente los 140 km a millas multiplicando por el factor anterior (llamado ***factor de conversión***) ya que como se observa, no puede modificar el resultado, pues es equivalente a multiplicar por 1 (uno); así

$$140\ km = 140\ \cancel{km} \times \frac{1 mi}{1,61\ \cancel{km}} = 86,96\ mi$$

Todos los factores de conversión tienen un valor de 1 y se utilizan para pasar una magnitud expresada en una unidad a su equivalente en otra unidad. Si se escriben explícitamente las unidades, solo hay que prestar atención a como colocar denominador y numerador del factor de conversión, para que se simplifique la unidad que queremos eliminar y el resultado quede en la unidad deseada.

Este método se puede usar en forma consecutiva sin necesidad de expresar resultados parciales: si se quiere saber la velocidad del auto anterior en metros sobre segundo, haríamos

$$70\ km/h = 70\frac{k\cancel{m}}{\cancel{h}} \times \frac{1000\ m}{1\ k\cancel{m}} \times \frac{1\cancel{h}}{3600\ s} = 19{,}44\ m/s$$

En general, existe resistencia a usar este método si ya se ha aprendido a usar regla de tres para ello (si 1 km equivale a 1000 metros, entonces 70 km....), o a “correr la coma” (generalmente sin saber por qué). Es necesario comprobar y aceptar que todos los demás pseudométodos usan los principios descriptos, y que además existen casos de conversión de unidades muy difíciles de resolver por regla de tres u otros métodos. Por ejemplo, el siguiente caso:

Exprese en unidades del SI la presión del aire de los neumáticos de un auto (30 lb/pulg^2). Recuerde que la presión en el SI se mide en Pascales (Pa), cuya equivalencia es 1 Pa = 1 N/m^2.

(Datos: 1 lb = 4,448 N; 1 pulg = 2,54 cm)

$$30\ \mathrm{lb/pulg^2} = 30\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{pulg^2}} \times \frac{1\mathrm{pulg^2}}{2{,}54^2\ \mathrm{cm^2}} \times \frac{100^2\ \mathrm{cm^2}}{1\mathrm{m^2}} \times \frac{4{,}448\ \mathrm{N}}{1\mathrm{lb}} = 206832{,}4\ \mathrm{N/m^2}$$

Actividades

1) Se mide el ancho de un escritorio con tizas. El resultado es: “el ancho del escritorio es de 4 tizas”. Identifique la: a) magnitud de la medida, b) unidad de la medida y c) medida de la cantidad respecto de la unidad.

2) Un operario debe calcular el área de un círculo, teniendo como dato el radio del mismo. No recuerda bien la expresión matemática, y alguien le acerca la expresión $A = 2.\pi.R$. Explique si es correcta la elección analizando las unidades en que quedará expresada la magnitud que se quiere medir.

3) Se desea calcular la distancia recorrida por un cuerpo en caída libre, y se usa la siguiente expresión, $d = ½.a.t$, donde d se mide en m, a en m/s^2, y t en s. Analice las dimensiones a cada lado de la igualdad y diga si existe un error; en ese caso indique cuál es.

4) Exprese las siguientes medidas en las unidades del SI, sin utilizar prefijos: a) 25 km; b) 33 Mm; c) 3 ms; d) 400 kN; e) 1013 HPa; f) 15 horas; g) 1 día.

5) Exprese la longitud aproximada de una chapa galvanizada en metros, sabiendo que mide 23 pies, y 1 pie equivale aproximadamente a 30 cm.

6) Es común que algunas llaves vengan graduadas en submúltiplos de pulgadas; ¿Cuántos milímetros tiene la boca de una llave fija de 9/16 pulgadas? ¿Y una de 5/8? Una pulgada equivale a 2,54 cm.

7) Algunas motocicletas tiene el velocímetro graduado en millas/hora. Si en la ruta vemos un cartel que dice: Máxima 60 km/h, y el velocímetro de la moto indica 45 millas/h, ¿estamos excedidos en la velocidad? Justifique con los cálculos adecuados. (1 milla = 1,61 km).

8) La velocidad de un avión es de 1000 km/h; la de otro, 300 m/s. ¿Cuál es el más veloz?

9) La velocidad de la luz en el vacío es de 3.10^8 m/s. a) Exprese la velocidad de la luz en kilómetros por hora. b) ¿Cuántas vueltas podría dar un rayo de luz alrededor de la tierra en un segundo? El radio de la tierra es de $6,37.10^6$ m. c) ¿Qué distancia recorrería la luz en un año? (A esa distancia se le denomina año - luz).

10) La densidad de un sólido es de 3 g/cm^3. Calcule su valor en kg/m^3 y en g/l.

Anexo I

El sistema internacional de unidades

Tabla I. Unidades SI de base y suplementarias

	Magnitud	Nombre	Símbolo
Unidades SI de base	Longitud	metro	m
	Masa	kilogramo	kg
	Tiempo	segundo	s
	Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
	Temperatura termodinámica	kelvin	K
	Cantidad de materia	mol	mol
	Intensidad luminosa	candela	cd
Unidades SI suplementarias	Angulo plano	radián	rad
	Angulo sólido	estereorradián	sr

Tabla II. Unidades SI derivadas que tienen nombres especiales

Magnitud	Nombre	Símbolo	Expresión en Otras unidades SI	Expresión en Unidades SI De base
Frecuencia	Hertz	Hz		s^{-1}
Fuerza	Newton	N		$m.kg.s^{-2}$
Presión, tensión mecánica	Pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1}.kg.s^{-2}$
Energía, trabajo, cantidad de calor	Joule	J	N.m	$m^2.kg.s^{-2}$
Potencia, flujo energético	Watt	W	J/s	$m^2.kg.s^{-3}$
Cantidad de electricidad, carga eléctrica	Coulomb	C		s.A
Tensión eléctrica, potencial eléctrico, fuerza electromotriz	Volt	V	W/A	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-1}$
Resistencia eléctrica	Ohm	Ω	V/A	$m^2.kg.s^{-3}.A^{-2}$
Conductancia eléctrica	Siemens	S	A/V	$m^{-2}.kg.s^3.A^2$
Capacitancia	Faraday	F	C/V	$m^{-2}.kg.s^4.A^2$
Flujo de inducción magnética o flujo magnético	Weber	Wb	V.s	$m^{-2}.kg.s^{-2}.A^{-1}$
Inductancia	Henry	H	Wb/A	$m^{-2}.kg.s^{-2}.A^{-2}$
Inducción magnética o densidad de flujo magnético	Tesla	T	Wb/m^2	$kg.s^{-2}.A^{-1}$
Flujo luminoso	Lumen	Lm		cd.sr
Iluminancia	Lux	Lx	Lm/m^2	$m^{-2}.cd.sr$
Temperatura Celsius	Grado Celsius	ºC		K

Reglas de escritura y de empleo de los símbolos de las unidades SI

1. Los símbolos de las unidades se imprimen con caracteres romanos (rectos) y, en general, minúsculos. Cuando el nombre de la unidad deriva de un nombre propio, la primera letra del símbolo es mayúscula.
2. Los símbolos de las magnitudes se imprimen con tipos *itálicos* (inclinados).
3. Los símbolos de las unidades mantienen para el plural la misma forma del singular.
4. Los símbolos de las unidades se escriben sin punto.
5. El producto de dos o más unidades puede indicarse de la siguiente manera:

   N.m, N*n, o bien Nm
6. Cuando se forma una unidad derivada por división de una unidad por otra, se puede utilizar una barra oblicua (/), una barra horizontal, o bien exponentes negativos:

   $$\mathrm{m/s},\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \text{o}\ \mathrm{m.s^{-1}}$$
7. Nunca se usa en una misma línea más de una barra oblicua:

   $\mathrm{m/s^2}$, o bien $\mathrm{m.s^{-2}}$ pero no m/s/s

   $\mathrm{m.kg/s^3.A}$ o bien $\mathrm{m.kg.s^{-3}.A^{-1}}$ pero no $\mathrm{m.kg/s^3/A}$

Reglas de empleo de los prefijos SI

1. Los símbolos de los prefijos se escriben con caracteres romanos (rectos) sin dejar espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.
2. El conjunto constituido por el símbolo de un prefijo agregado al símbolo de una unidad, es un nuevo símbolo inseparable (símbolo de un múltiplo o submúltiplo de esta unidad) que puede ser elevado a una potencia positiva o negativa y que puede combinarse con otros símbolos de unidades para formar símbolos de unidades compuestas. Por ejemplo:

   $$1\ \mathrm{cm^3} = (10^{-2}\ \mathrm{m})^3 = 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$$
   $$1\ \mathrm{cm^{-1}} = (10^{-2}\ \mathrm{m})^{-1} = 10^{2}\ \mathrm{m^{-1}}$$
   $$1\ \mathrm{\mu s^{-1}} = (10^{-6}\ \mathrm{s})^{-1} = 10^{6}\ \mathrm{s^{-1}}$$
   $$1\ \mathrm{V/cm} = 1\ \mathrm{V}/10^{-2}\ \mathrm{m} = 10^{2}\ \mathrm{V/m}$$
3. No deben usarse prefijos compuestos, es decir, formados por yuxtaposición de varios prefijos. Por ejemplo:

   1 nm y no 1 mμm
4. Nunca se emplea un prefijo suelto. Por ejemplo:

   $10^6/\mathrm{m^3}$ y no $\mathrm{M/m^3}$

Fuente de las tablas y reglas: Bureau International des Poids et Mesures “Le Système International d’Unités (SI), 4^{e}, édition, Sêvres, France 1981”. Norme Internationale ISO 31/0 “Principes généraux concernant les grandeurs, les unités et les symboles”, Suisse, 1974.

La doble nomenclatura empleada en algunos casos responde al hecho de que en la lengua española son usuales las formas correspondientes a la lengua francesa e inglesa.

Unidad 2

Vectores

- Magnitudes escalares y vectoriales
- Igualdad de vectores
- Suma de vectores
- Diferencia de vectores
- Componentes cartesianas de un vector
- Suma de vectores por medio de componentes (Resolución analítica)
- Multiplicación de un vector por un escalar
- Versores
- Producto escalar de dos vectores

Vectores

Es frecuente en física encontrar cantidades que tienen dirección y magnitud, tales como el desplazamiento, la velocidad, la fuerza, etc. Para poder trabajar con facilidad y fluidez con estas cantidades, es necesario involucrar nuevos conceptos, como la idea de vector, y definir ciertas operaciones matemáticas que permitan generalizar su uso.

El ***vector*** es un objeto físico invariante, es decir, absolutamente independiente de los ejes de coordenadas.

Estos ejes pueden estar sometidos a traslaciones o rotaciones; pero la magnitud del vector y su orientación en el espacio permanecerán invariables. Así, si un fenómeno físico puede ser expresado en forma vectorial, esto nos asegura que este fenómeno es completamente independiente del sistema de referencia al cual se relaciona.

Magnitudes y escalares y vectoriales

(a) Un ***escalar*** depende solamente de un número (puede ser positivo o negativo); tiempo, temperatura, masa, densidad, carga eléctrica, energía, son ejemplos de magnitudes escalares.

(b) Un ***vector*** depende de un número (su magnitud o módulo), de una dirección, y un sentido que se representa por una flecha (ver figura 1). Ejemplos de magnitudes vectoriales son la velocidad, la aceleración, la fuerza, etc.

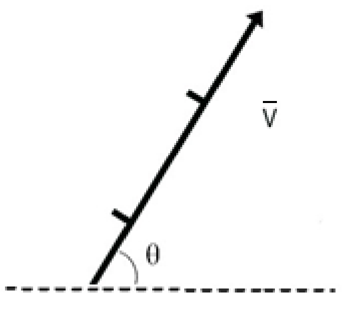


Figura 1

Una magnitud vectorial se distingue o escribe con una letra o un número con un pequeño guión o flecha horizontal trazada en la parte superior, como por ejemplo $\bar{V}$. En algunos libros los vectores están escritos en letras negritas por ejemplo **V**. Nosotros utilizaremos para los vectores las letras que tengan el guión arriba. La magnitud o módulo de un vector se escribirá como V o $|V|$. La recta en la que actúa el vector la ubicamos respecto de otra recta, por ejemplo el eje +x con el ángulo θ. El sentido positivo de θ es el antihorario.

Igualdad de vectores

Dos vectores son *iguales* si tienen igual magnitud, dirección y sentido (figura 2); los dos vectores no necesariamente empiezan en el mismo punto.

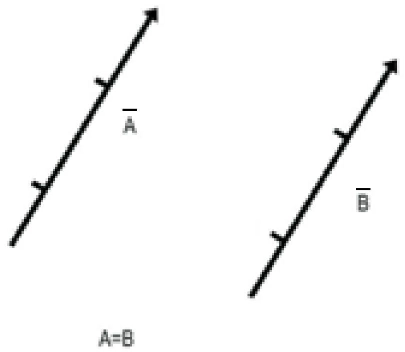


Figura 2

Dos vectores se llaman *opuestos*, si tiene igual magnitud, igual dirección y distinto sentido (figura 3).

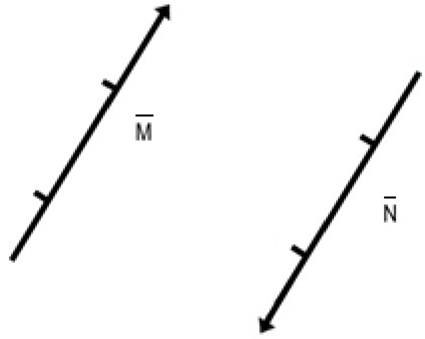


Figura 3

$$\bar{M} = -\bar{N}$$

Suma de vectores

La suma de dos vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$ se define aplicando la regla del paralelogramo, la cual consiste en que:

- En un punto cualquiera O del espacio se colocan dos vectores iguales a $\bar{A}$ y $\bar{B}$ con origen en O.
- Se completa el paralelogramo cuyos lados adyacentes son dichos vectores.
- El vector suma es la diagonal de este paralelogramo de origen en *O* (figura 4).

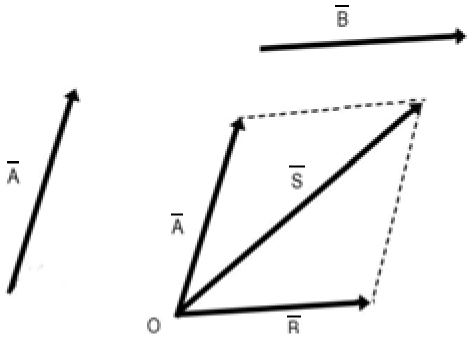


Figura 4

Entonces $\bar{S} = \overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{B}}$

Esta regla es equivalente a la regla del triángulo la cual consiste en que:

(a) En el extremo de $\overline{A}$ se dibuja un vector igual a $\overline{B}$ coincidiendo el origen de $\overline{B}$ con el extremo de $\overline{A}$.

(b) El vector suma es el vector cuyo origen coincide con el origen de $\overline{A}$, y cuyo extremo coincide con el extremo de $\overline{B}$ (figura 5).

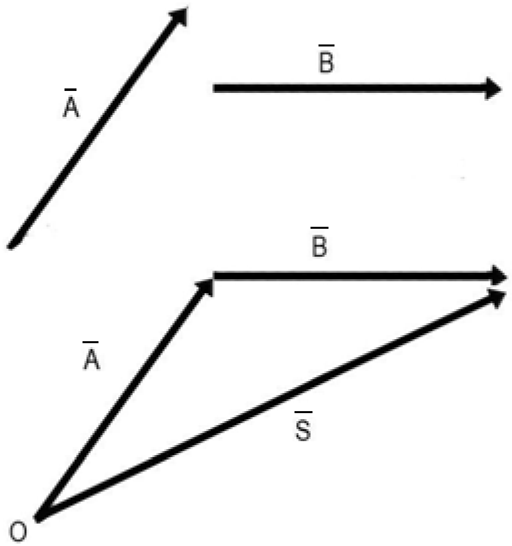


Figura 5

Analizando la figura 4 o 5 notamos que: $\bar{S} = \overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{B}} = \overline{\mathrm{B}} + \bar{A}$; vemos que la suma de vectores es *conmutativa*.

El método del triángulo, también permite obtener el vector suma cuando los dos vectores son paralelos (figura 6).

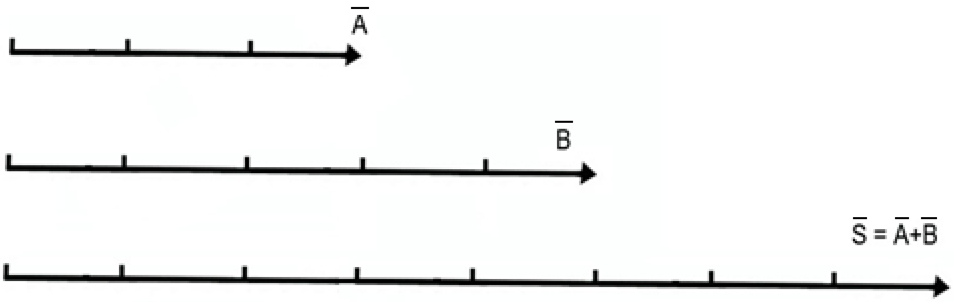


Figura 6

En este caso, la suma vectorial se reduce a una suma algebraica.

La suma de varios vectores se efectúa empezando a sumar dos vectores, el resultado se suma al tercero, y así sucesivamente (figura 7).

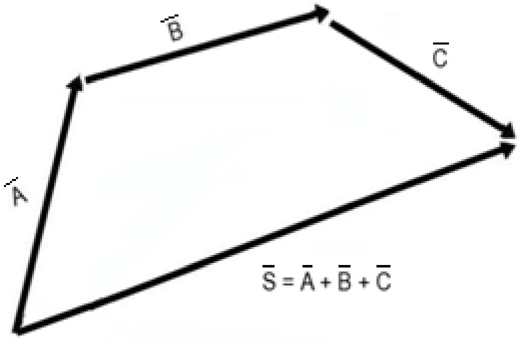


Figura 7

Ejemplos

1. Sumar los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ de la figura 8.
   Por el teorema de Pitágoras, se obtiene que la magnitud del vector suma es S = 5.

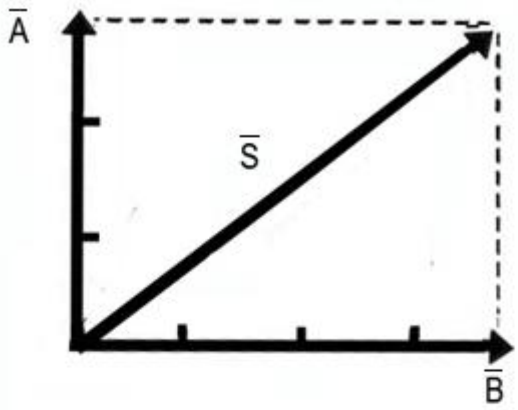


Figura 8

2. Sumar los vectores $\overline{C}$ y $\overline{D}$ de la figura 9.

La magnitud es S = 7.

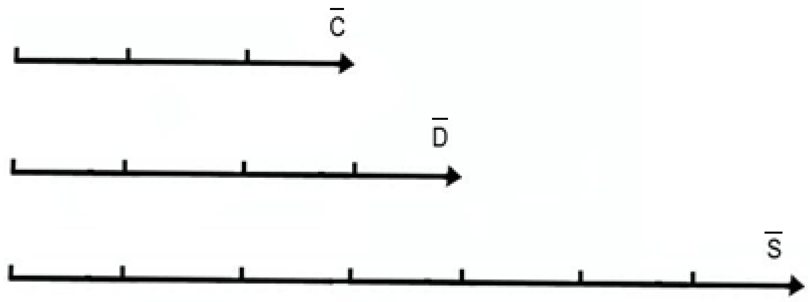


Figura 9

3. Sumar los vectores $\overline{E}$ y $\overline{F}$ de la figura 10.
   La magnitud es S = 1.

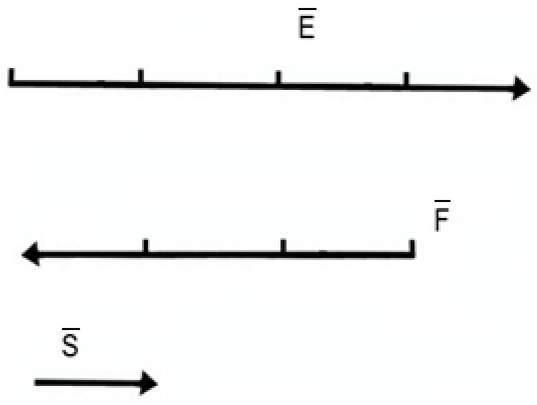


Figura 10

Diferencia de vectores

Queremos efectuar la operación $\bar{A} - \bar{B} = \bar{D}$ que podemos remplazar por: $\bar{A} + (-\bar{B}) = \bar{D}$

Así, nuestra diferencia fue remplazada por la suma de $\bar{A}$ y el opuesto de $\bar{B}$ (figura 11).

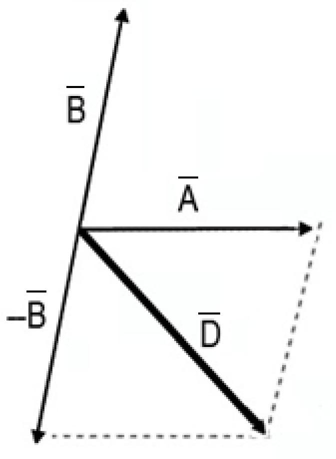


Figura 11

Como en álgebra, la prueba de la sustracción se hace con la suma; la figura 11 permite justificar esta relación. $\bar{D} + \bar{B} = \bar{A}$

Componentes cartesianas de un vector

Sea un sistema de referencia, compuesto de dos ejes perpendiculares Ox y Oy, y un vector $\bar{A}$.

Por el origen y por el extremo de $\bar{A}$, completemos un triángulo rectángulo cuyos catetos son paralelos a los ejes (figura 12).

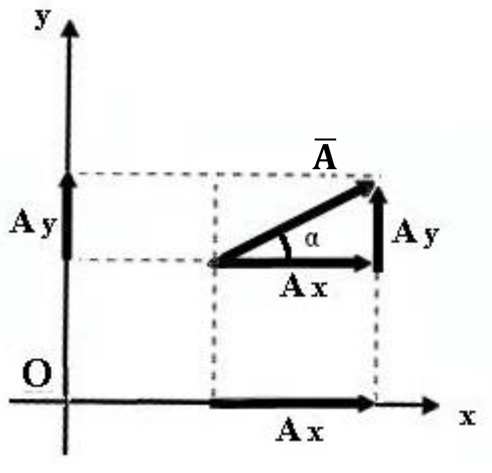


Figura 12

Diremos que el vector $\bar{A}_x$ paralelo al eje x es la proyección o la componente en la dirección x del vector $\bar{A}$ y $\bar{A}_y$ la proyección o la componente en la dirección y del vector $\bar{A}$.

Podemos trasladar los vectores $\bar{A}_x$y $\bar{A}_y$ sobre los ejes x y, como vemos en la figura 12.

En resumen, las componentes de un vector se obtienen trazando los perpendiculares de los extremos del vector hacia los ejes de coordenadas. Por la definición de la suma, vemos que $\bar{A}_x + \bar{A}_y = \bar{A}$.

Las componentes del vector pueden escribirse así:

$\bar{A}_x = \bar{A}.\cos\alpha$ $\quad$ $\bar{A}_y = \bar{A}.\text{sen }\alpha$

Inversamente, si se conocen las componentes de un vector, se pueden calcular la magnitud de $\bar{A}$ y la tangente del ángulo que forma con la horizontal, o sea:

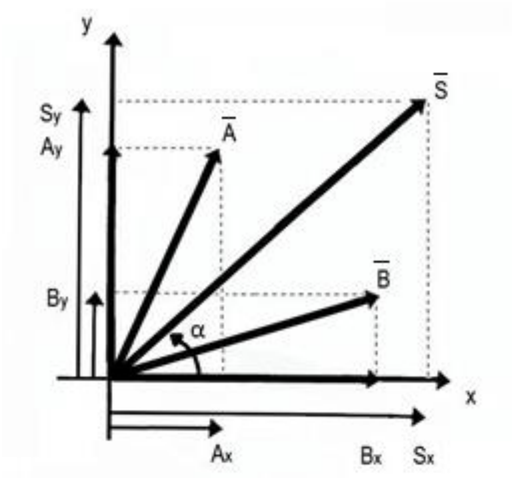
$\mathrm{A}^2 = \mathrm{A}_x^2 + \mathrm{A}_y^2$ (Por el teorema de Pitágoras) $\quad$ tg α = $\frac{A_y}{A_x}$

Un vector elevado al cuadrado es igual a su módulo elevado al cuadrado $\bar{A}^2 = \mathrm{A}^2$

Suma de vectores por medio de componentes (solución analítica)

Sobre el eje x, los vectores $\bar{A}_x$ y $\bar{B}_x$ se sumarán algebraicamente y así obtendremos la componente de la suma $\bar{S}_x$ en la dirección x.

Procedemos de la misma manera para la componente de la suma en la dirección y (figura 15).



$\bar{S}_x = \bar{A}_x + \bar{B}_x$

$\bar{S}_y = \bar{A}_y + \bar{B}_y$

Y, según lo anterior, tendremos

$S^2 = S_x^2 + S_y^2$ $\quad$ tg α = $\frac{S_y}{S_x}$

La suma o resta de varios vectores se hará de manera análoga; calculando las componentes, luego sumándolas o restándolas.

Ejemplo

Sumar los tres vectores de la figura 16. (A = 20 , B = 5 , C = 10)

Calculemos las componentes:

A_x = 20.cos 37° = 20x 0,8 = 16

A_y = 20.sen 37° = 20x 0,6 = 12

B_x = -5.cos 53° = -5x 0,6= -3

B_y = 5.sen 53° = 5x 0,8= 4

C_x = 10.cos 45° = 10x 0,7 = 7

C_y = -10.sen 45° = -10x 0,7 = -7

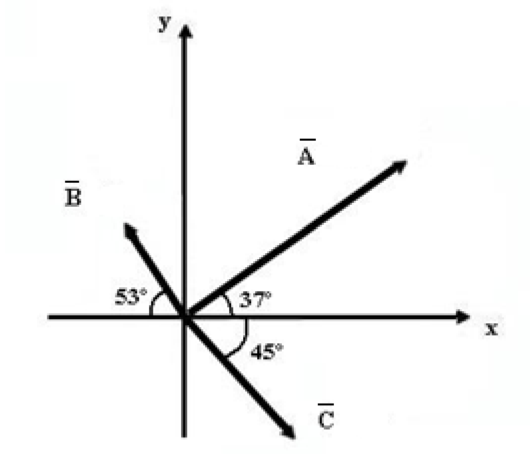


Figura 16

Y las componentes de la suma son:

$S_x = A_x + B_x + C_x$ = 16 + (-3) + 7 = 20

$S_y = A_y + B_y + C_y$ = 12 + 4 + (-7) = 9

La magnitud de la suma es:

$S^2 = S_x^2 + S_y^2 = 20^2 + 9^2 = 481$

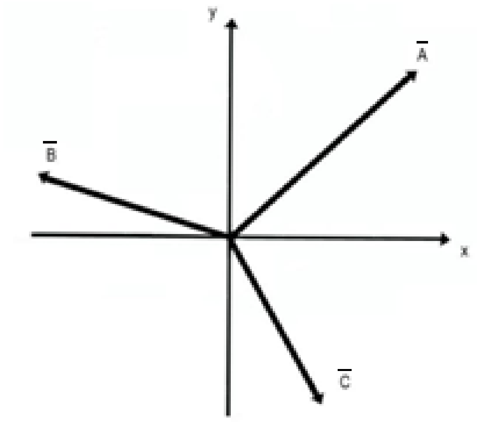
S = $\sqrt{481}$

La tangente del ángulo que forma el vector suma con la horizontal es:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{S_y}{S_x} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

Suma de vectores igual a cero (vector nulo)

Para que un vector sea nulo se debe verificar que cada una de sus componentes sea también nula.



(figura 17)

Por tanto tenemos:

$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} = \bar{\mathbf{0}}$

También tenemos:

$A_x + B_x + C_x = 0$

$A_y + B_y + C_y = 0$

Lo que se puede escribir en forma condensada:

$\sum \bar{V} = \bar{\mathbf{0}}$ o $\sum \bar{V}_x = 0$; $\sum \bar{V}_y = 0$

$\sum \bar{V}$ significa "suma de vectores"

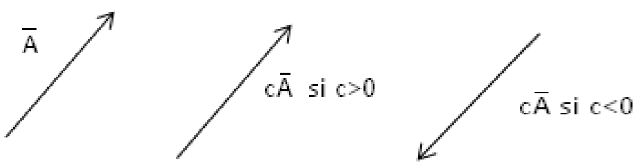
$\sum \bar{V}_x$ significa suma de componentes "x" de vectores

$\sum \bar{V}_y$ significa suma de componentes "y" de vectores

Multiplicación de un vector por un escalar

Definición:

Sea $\bar{A}$, un vector no nulo y c un número real (escalar). El vector c. $\vec{A}$, es el que tiene por módulo $|c|$ veces el módulo de $\vec{A}$, la misma dirección e igual sentido, si c >0.



Observaciones:

c . $\vec{A} = \vec{0}$ si c = 0   ó $\vec{A} = \vec{0}$

El vector (-1). $\vec{A}$ tiene el mismo módulo y la misma dirección que $\vec{A}$, pero sentido contrario, (-1). $\vec{A}$ = -$\vec{A}$ se define como vector opuesto de $\vec{A}$.

Ejercicio propuesto:

Dado el vector $\vec{V}$ (cualquiera), determine gráficamente: 3. $\vec{V}$, -2. $\vec{V}$, $\frac{1}{3}$. $\vec{V}$, -$\frac{1}{2}$. $\vec{V}$

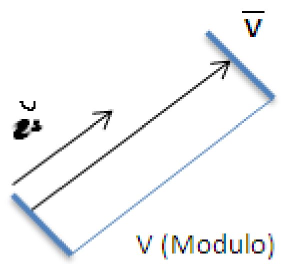
Versor

Es un vector que tiene módulo 1 y se indica con letra minúscula y apóstrofe, por ejemplo $\breve{v}$ o $\breve{\imath}$.

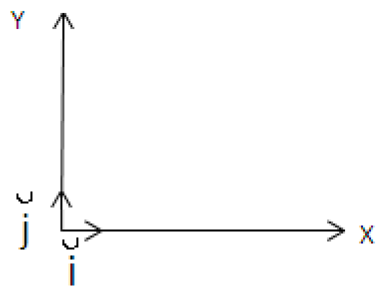
Módulo $|\breve{v}| = 1$

Se puede asociar un vector a un versor de la siguiente manera:

$\overline{V}$ = V.$\breve{v}$

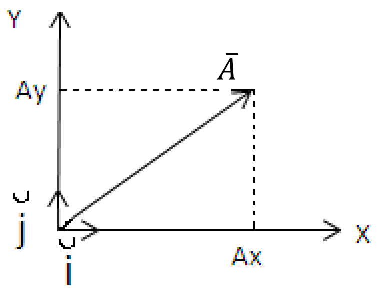


Versores para indicar ejes cartesianos



$\breve{\imath} = (1,0)$, $\breve{\jmath} = (0,1)$

Utilizando esta referencia podemos expresar un vector por sus componentes cartesianos como se indica



$\bar{A}$ = $A_x \breve{\imath} + A_y \breve{\jmath}$

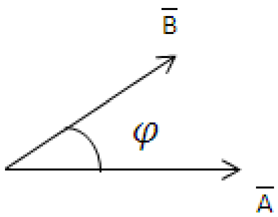
Producto escalar de dos vectores

Dados dos vectores $\bar{A}\ y\ \bar{B}$ no nulos, el producto escalar (,) de ambos es un número real dado por:

$\bar{\boldsymbol{A}}\,,\bar{\boldsymbol{B}}$ **= A.B.cos** $\boldsymbol{\varphi}$, donde

A y B son los módulos de los vectores

φ es el ángulo entre $\bar{A}\ y\ \bar{B}$; $0 \le \varphi \le \pi$



Si $\bar{A}\,,\bar{B} > 0$ $\qquad 0 \le \varphi < \frac{\pi}{2}$

Si $\bar{A}\,,\bar{B} = 0$ $\qquad \varphi = \frac{\pi}{2}$ (o alguno de los vectores tiene módulo 0)

Si $\bar{A}\,,\bar{B} < 0$ $\qquad \frac{\pi}{2} < \varphi \le \pi$

Propiedades:

$\bar{A}\,,\bar{B} = \bar{B}\,,\bar{A}$ conmutativa

$\bar{A}\,,\overline{(B} + \bar{C}) = \bar{A}\,,\bar{B} + \bar{A},\bar{C}$ Distributiva

Ejemplo 1:

Calcular los siguientes productos escalares:

a) $\check{\imath}\,,\check{\imath}$ $\qquad$ $\check{\imath}\,,\check{\imath}$ = 1.1.cos 0 = 1

b) $\check{\imath}\,,\check{\jmath}$ $\qquad$ $\check{\imath}\,,\check{\jmath}$ = 1.1.cos $\frac{\pi}{2}$ = 0

c) Dados los vectores $\bar{A} = A_x\check{\imath} + A_y\check{\jmath}$ y $\bar{B} = B_x\check{\imath} + B_y\check{\jmath}$
Hallar su producto escalar

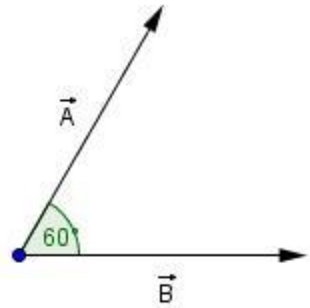
$$\bar{A},\bar{B} = A_xB_x + A_yB_y$$

Es decir, el producto escalar de dos vectores es igual a la suma del producto de los módulos de sus componentes homólogos.

Ejemplo 2:

Dados los vectores de la figura hallar el producto escalar. A = 8 B = 5

$\bar{A},\bar{B}$ = A . B . cos 60º



$\bar{A},\bar{B}$ = 8 . 5 . 0,5 = 20

$\bar{A},\bar{B}$ = 20

Ejemplo 3:

Dados los vectores $\bar{A} = 3\check{\imath} + 2\check{\jmath}$ y $\bar{B} = 5\check{\imath} + 1\check{\jmath}$, hallar su producto escalar y el ángulo que forman entre sí.

$\bar{A},\bar{B} = (3\check{\imath} + 2\check{\jmath}),(5\check{\imath} + 1\check{\jmath}) = 3.5.\check{\imath},\check{\imath} + 3.1.\check{\imath},\check{\jmath} + 2.5.\check{\jmath},\check{\imath} + 2.1.\check{\jmath},\check{\jmath}$
$\check{\imath},\check{\imath}$ = 1.1.cos 0 = 1 $\qquad$ $\check{\jmath},\check{\jmath}$ = 1
$\check{\imath},\check{\jmath}$ = 1.1.cos 90 = 0 $\qquad$ $\check{\jmath},\check{\imath}$ = 0

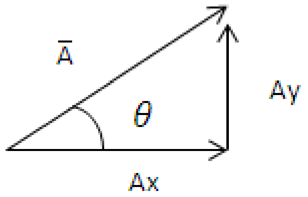
$\boldsymbol{\bar{A},\bar{B}} = A_xB_x + A_yB_y = 3.5 + 2.1 = \mathbf{17}$

A = $\sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$
B = $\sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$
17 = A.B.cos α = $\sqrt{13}.\sqrt{26}$.cos α

$$\text{Cos } \alpha = \frac{17}{\sqrt{13}.\sqrt{26}} = \frac{17}{\sqrt{13.26}} \cong 0{,}925 \qquad \text{por lo tanto} \quad \boldsymbol{\alpha \cong 22{,}38°}$$

Guía de problemas: Vectores

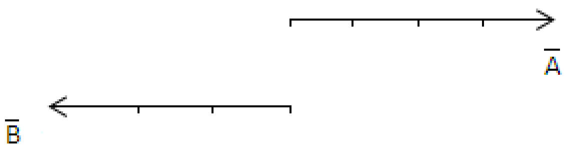
Recordatorio



$A_x = A.\cos\theta$ $\qquad$ $A^2 = A_x^2 + A_y^2$

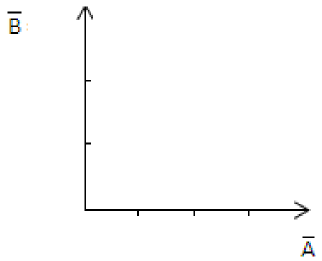
$A_y = A.\text{sen}\,\theta$ $\qquad$ $\text{tg}\,\theta = \frac{A_y}{A_x}$

1. Sumar y restar los vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$ de la figura. (A = 4 ; B = 3)



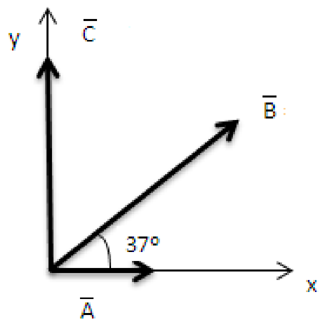
Rta: S = 1; *R* = 7.

2. Sumar y restar los vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$ de la figura. Hallar los módulos de los vectores resultantes. (A = 4 ; B = 3)



Rta: S= 5; *R* = 5.

3. Hallar el módulo del vector suma de los vectores $\bar{A}, \bar{B}$ y $\bar{C}$ de la figura, y su dirección. (A = 2 ; B = 5 ; C = 5)

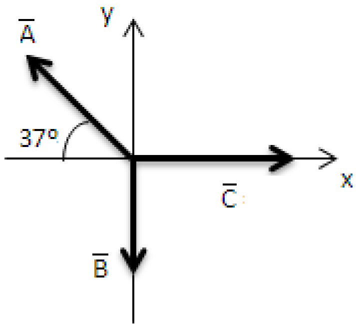


Rta: Módulo S = 10. Dirección 53,13° respecto del eje x.

4. Dos vectores de magnitud igual a 10, forman un ángulo de 37°. Efectúe la resta de estos vectores y halle el módulo del resultado:
   a) Por el método del paralelogramo
   b) Por componentes

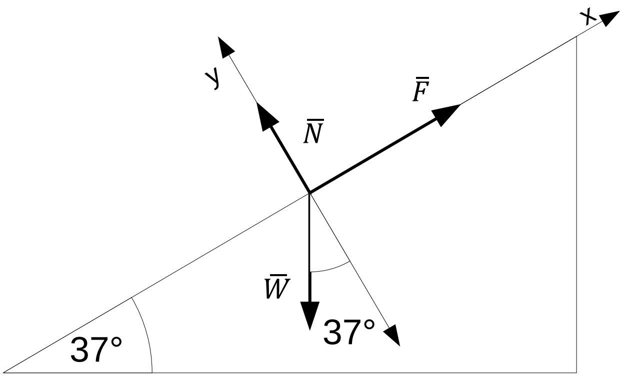
Rta: S = $\sqrt{40}$

5. Cuál debe ser el módulo del vector $\bar{A}$ y del vector $\bar{B}$, para que la suma de $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} = \bar{0}$ (C = 16)



Rta: $|\bar{A}|$= 20; $|\bar{B}|$= 12.

6. La suma de los tres vectores de la figura es igual al vector nulo. ¿Cuál debe ser el módulo de los vectores $\bar{F}$ y $\bar{N}$? (W = 10)



Rta: F = 6 ; *N* = 8.

7. Sea un vector de módulo 10 y otro de módulo 12. ¿Pueden sumarse (utilizar la orientación que estime conveniente) de manera que la magnitud de su resultante sea:
   (a) 0? ; (b) 1? ; (c) 10?; (d) 24?; (e) 120? Justificar la respuesta.

8. Halle el producto escalar entre los siguientes vectores
   a) $\bar{A}$ = 3$\check{\imath}$ - 1$\check{\jmath}$ y $\bar{B}$ = -2$\check{\imath}$ + 5$\check{\jmath}$

b) $\bar{C} = 3\check{\imath}$ y $\bar{D} = 4\check{\imath} - \check{\jmath}$

c) $\bar{E} = 2\check{\imath} - \check{\jmath}$ y $\bar{B} = \check{\imath} + \check{\jmath}$

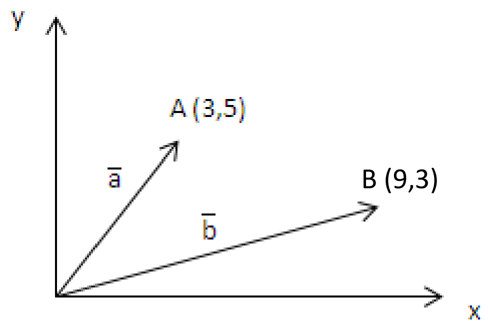
9. Aplicando la definición de producto escalar, halle el ángulo que forman los vectores del ejercicio anterior.

Rta: a) 130° 14’, b) 14° 2’, c) 71° 33’

10. Dados los vectores $\bar{A} = -1\check{\imath} + 4\check{\jmath}$ y $\bar{B} = 12\check{\imath} + 3\check{\jmath}$, indicar si son ortogonales.

11. Encontrar el ángulo entre dos vectores de 10 y 15 unidades de longitud, cuando su resultante tiene (a) 20 unidades de longitud y (b) 12 unidades. Dibujar la figura apropiada.

12. Encontrar la distancia entre los puntos A (3, 5) y B (9, 3)



13. Hallar el ángulo entre los vectores $\bar{A} = 3\check{\imath} + 5\check{\jmath}$ y $\bar{B} = 9\check{\imath} + 3\check{\jmath}$.

Unidad 3

Estática del punto material

- Punto material
- Concepto de fuerza
- Masa de un cuerpo
- Sistemas de fuerza
- Descomposición de una fuerza en dos direcciones concurrentes dadas
- Resolución analítica de sistemas de fuerzas
- Aplicación de resolución analítica en un punto material en equilibrio bajo un sistema de fuerzas

Estática del punto material

Es la parte de la física que estudia la fuerza o sistemas de fuerzas aplicadas a un cuerpo y las condiciones que deben satisfacer para estar en *equilibrio*.

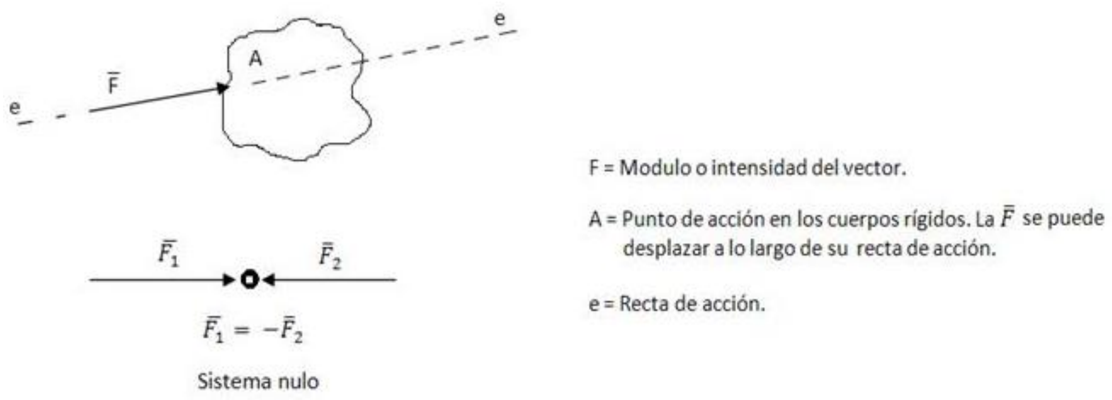
En nuestro caso estudiaremos fuerzas o sistemas de fuerzas aplicadas a lo que hemos modelizado como punto material; por lo tanto los sistemas de fuerzas son concurrentes en un punto.

Punto material (PM)

Hacemos un modelo físico de un cuerpo considerándolo como un punto, cuando su dimensión geométrica en el espacio en el que se encuentra es despreciable. Por ejemplo, imaginemos el movimiento del planeta tierra en su órbita alrededor del sol. El diámetro de la tierra es de 12.742 km y la distancia media al sol es de 149.600.000 km. Si quisiéramos esquematizar la posición de la tierra respecto del sol en una hoja de papel, el tamaño de la tierra es prácticamente un punto. Con esta simplificación, evitamos tener que estudiar, por ejemplo, las rotaciones que los cuerpos extensos realizan sobre distintos ejes.

Concepto de fuerza

La ***fuerza*** es ***una interacción entre cuerpos***, cuya consecuencia es modificar la forma o el estado de reposo o movimiento de los mismos; por ejemplo si tomamos un resorte y lo estiramos o comprimimos en su dirección longitudinal vemos que se deforma; si a un carrito en reposo se lo empuja y pasa a moverse, este cambio es por la interacción realizada. Es claro que el efecto de la fuerza depende de su valor o intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación por lo que será considerada **una magnitud vectorial,** y será necesario representarla por un **vector.**



Si un cuerpo interactúa con varios cuerpos, sobre él actuará un conjunto de acciones que llamaremos **sistema de fuerzas**. Un ***sistema nulo*** es aquel en el que sobre el punto de estudio actúan dos fuerzas de igual módulo y dirección, pero sentido opuesto. También pueden existir sistemas nulos en los que actúen más de dos fuerzas.

En la vida cotidiana, la industria y el comercio, se usa como unidad de fuerza, el **kilogramo fuerza**. Se suele simbolizar con el símbolo “kgf”. En el S.I. la unidad de la fuerza es el Newton (N), siendo 1N = 1kg.m/s^2. 1 kgf equivale a 9,8 N. En cursos posteriores de física se justificará esta equivalencia.

Masa de un cuerpo

*Podemos definirla como una **medida de su inercia**, o sea, de su **resistencia a cambiar su estado de reposo o de movimiento**. Es una característica del cuerpo y es independiente de donde se halle ubicado.*

Por ejemplo la masa de un cuerpo es la misma en la tierra que en la luna. Un cuerpo tiene más masa que otro, si estando en reposo y suponiendo que ambos no tocan el suelo, porque por ejemplo hay un colchón de aire, nos cuesta más ponerlo en movimiento que al otro.

La masa es una magnitud escalar, fundamental en el S.I., y se mide en kg. (A veces se lee "kg masa", aunque si no se aclara, se asume que es masa).

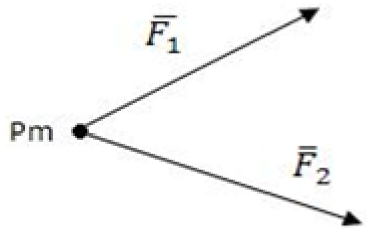
Peso

El peso es la ***fuerza*** con que la tierra atrae a los cuerpos por el hecho de que éstos tienen masa. Esta atracción es proporcional a la masa de la tierra y a la del cuerpo. Por esa razón los cuerpos pesan menos en la luna, al tener menos masa ésta que la tierra.

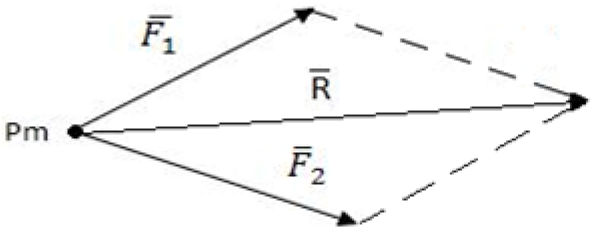
Es importante darse cuenta que el peso no "se tiene". Una persona que dice "**mi peso** es de 70 kgf", en realidad debería decir "la tierra me atrae hacia su centro con una **fuerza** de 70 kgf". Así, cuando una persona adelgaza, no pierde peso, sino masa. Y por lo tanto, la tierra lo atrae con una fuerza menor. Por eso "pesa menos".

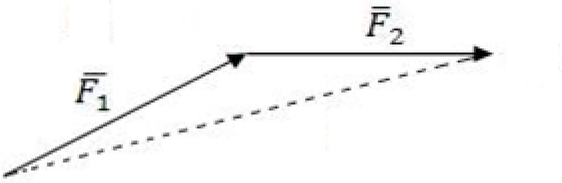
Sistema de fuerzas

Es aquel sistema que está constituido por dos o más fuerzas. Supongamos dos fuerzas aplicadas a un punto; este sistema puede ser reducido a uno equivalente de una única fuerza, llamada ***resultante***, cuya recta de acción pasa por el punto y tanto su dirección como su intensidad se determinan por la regla del paralelogramo o la del triángulo. Estas reglas, confirmadas por la experiencia, son las utilizadas en la determinación gráfica del vector suma de dos o más vectores dados, como vimos en la unidad anterior.



Paralelogramo de fuerzas



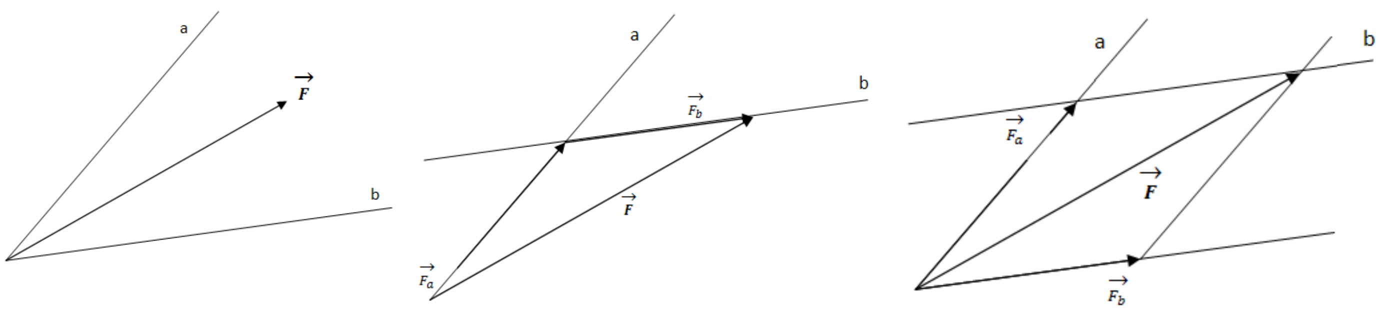


Triangulo de fuerzas

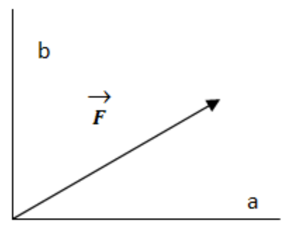
Para equilibrar el sistema de fuerzas $\bar{F}_1$; $\bar{F}_2$, bastará con aplicar al punto una fuerza de igual intensidad, igual recta de acción y sentido opuesto a la fuerza $\bar{R}$, a la que llamaremos ***equilibrante*** $\bar{E}$. En el caso de un sistema de más de dos fuerzas también la equilibrante es igual y opuesta a la resultante.

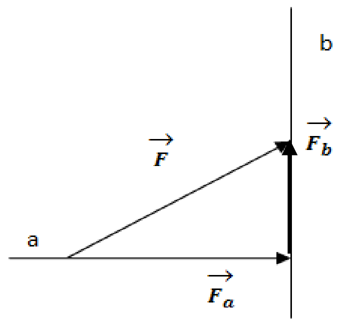
Descomposición de una fuerza en dos direcciones concurrentes dadas

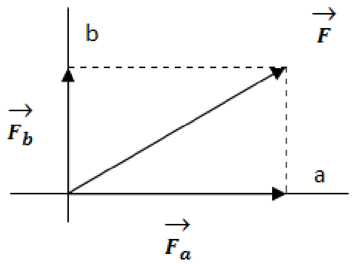
La regla del paralelogramo puede ser utilizada para descomponer una fuerza en dos direcciones dadas, con la condición de que las tres direcciones concurran a un mismo punto y estén en un plano. Esta operación es muy sencilla, ya que equivale a aplicar la regla del paralelogramo "al revés". Las siguientes figuras lo muestran claramente:



Si las direcciones consideradas son perpendiculares, la descomposición coincide con la proyección ortogonal de la fuerza sobre las direcciones mencionadas.

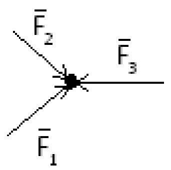






Equilibrio de un sistema de fuerzas concurrentes

Un punto material estará en *equilibrio* bajo un sistema de fuerzas si su *resultante es nula*.

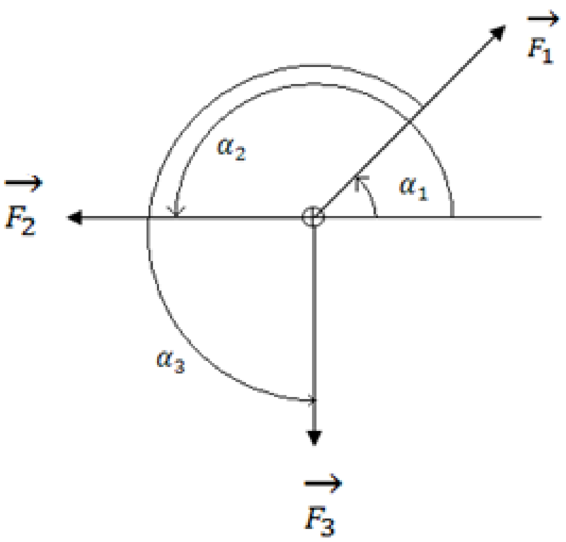


$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = \bar{0}$$

$\sum \bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3$ (Sumatoria de fuerzas)

Ejemplos:

1- Sobre un PM que estaba en reposo, se aplican 3 fuerzas según se indica. ¿Seguirá quieto?



$F_1 = 5N$

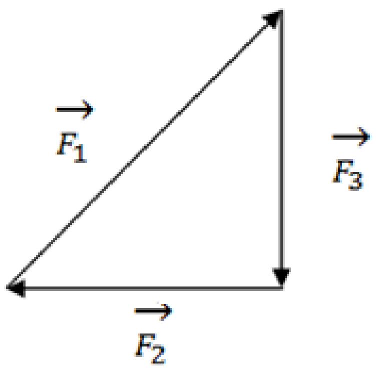
$F_2 = 4N$

$F_3 = 3N$

$\alpha_1 = 36{,}87º$

$\alpha_2 = 180º$

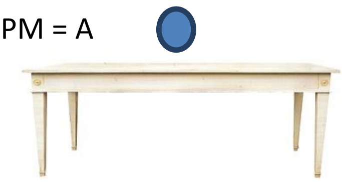
$\alpha_3 = 270º$



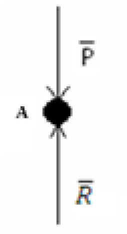
El polígono nos da cerrado, por lo tanto R = 0 y sigue en equilibrio

2- Un cuerpo apoyado sobre una mesa horizontal está en equilibrio. ¿Qué fuerzas actúan sobre él?

PM = A

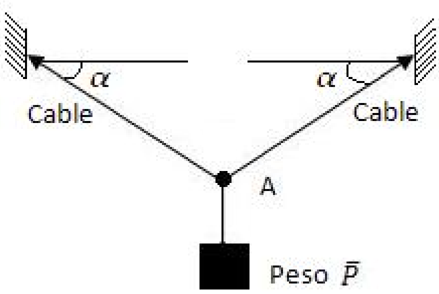


- El peso del cuerpo $\bar{P}$.
- Debe existir, para que este en equilibrio, una fuerza igual y opuesta al peso. Ésta es ejercida por la mesa y se llama reacción del plano $\bar{R}$.



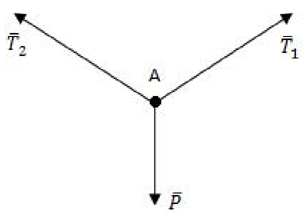
$$\sum \bar{F} = \bar{R} + \bar{P}$$

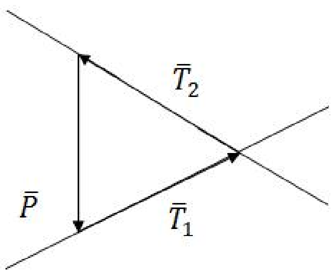
3- Un peso está colgado de dos cables según se indica. Hallar la fuerza en los cables.



Vamos al nudo cables/peso, punto A, y simbolizamos el sistema de fuerzas que actúa en ese punto. T_1 y T_2 son las fuerzas que transmiten los cables, llamadas tensiones.

Solución gráfica





$$\bar{P} + \bar{T}_1 + \bar{T}_2 = \bar{0}$$

$\bar{P}$: Módulo, dirección y sentido conocido

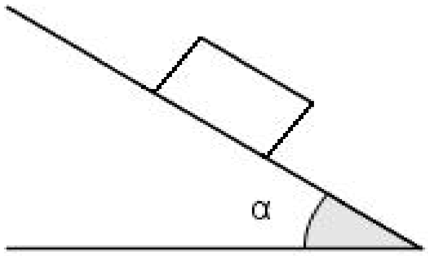
$\bar{T}_1$ y $\bar{T}_2$: direcciones conocidas

Por el extremo de $\bar{P}$ trazo la dirección de T_1.

Por el origen de $\bar{P}$ trazo la dirección de T_2.

El polígono de fuerzas debe cerrarse ya que el punto A está en equilibrio.

4- El bloque de la figura está apoyado en el plano inclinado. No se mueve, por lo tanto esta en equilibrio. ¿Qué fuerzas actúan sobre él?



IMPORTANTE: Al graficar las fuerzas que actúan sobre el bloque, que consideramos como si fuera una partícula, debemos tener en cuenta las fuerzas por contacto (entre el plano inclinado y el bloque) y el peso del bloque (debido a la atracción gravitacional terrestre). Se grafican las fuerzas o interacciones que el medio le hace al bloque; a esto se lo llama diagrama de cuerpo libre (DCL)

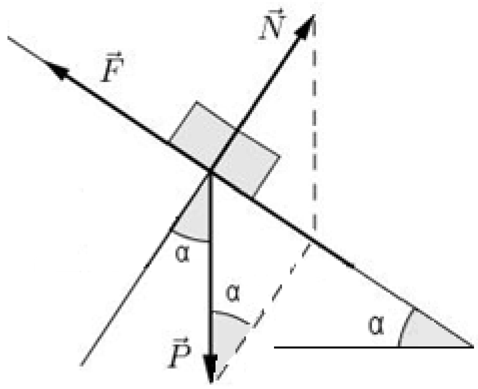
Dichas fuerzas deben ser graficadas con sus magnitudes (en una escala aproximada) y direcciones correctas; no deben girarse las fuerzas. Posteriormente se colocan sobre el punto material o partícula los ejes de referencia con los sentidos y direcciones más convenientes para la resolución del problema.

a) El peso, vertical y hacia abajo.

b) La reacción del plano, que siempre es perpendicular a él.

c) Existe otra fuerza $\bar{F}$ paralela al plano en sentido opuesto al probable movimiento, de forma que equilibre a las otras dos.

DCL (bloque)



Esta fuerza se llama de ***rozamiento***, y es una interacción entre el cuerpo y el plano. $\bar{F}$ y $\bar{N}$ son las reacciones del plano a la fuerza que el cuerpo apoyado ejerce sobre él.

De la figura se concluye:

$P.\operatorname{sen}\alpha = F$ $\longrightarrow$ Equilibra la componente del peso en la dirección del plano inclinado.

$P.\cos\alpha = N$ $\longrightarrow$ Equilibra la componente del peso en la dirección perpendicular al plano.

Observación: En este caso, para descomponer las fuerzas en un sistema cartesiano de referencia, se podría adoptar un eje ***x*** paralelo al plano de apoyo (positivo hacia la derecha y abajo), y un eje ***y*** perpendicular a ***x***, en la dirección de la fuerza $\bar{N}$.

Para ver las ventajas de esta elección:

a) Escribir la expresión vectorial de las fuerzas $\bar{N}$, $\bar{F}$ y $\bar{P}$ considerando un sistema de ejes como el indicado en el párrafo anterior.

b) Escribir la expresión vectorial de las fuerzas $\bar{N}$, $\bar{F}$ y $\bar{P}$, considerando un sistema de ejes: ***x*** (horizontal y positivo hacia la derecha), e ***y***, (vertical positivo hacia arriba).

Resolución analítica de un sistema de fuerzas

Dado un sistema cartesiano de ejes XY, el vector representativo de una fuerza puede ser indicado por su intensidad, y el ángulo α medido en sentido antihorario, desde el semieje positivo X, hasta la recta de acción de fuerza. Su notación será $\bar{F}(F,\alpha)$.

La expresión cartesiana de la fuerza $\bar{F}$ resulta de realizar la proyección de la misma sobre cada uno de los ejes coordenados.

De acuerdo con lo anterior la expresión analítica de una fuerza $\bar{F}(F,\alpha)$ en un sistema cartesiano será:

$$\boxed{\bar{F}(F,\alpha) = F_x\check{\imath} + F_y\check{\jmath} = (F.\cos\alpha)\check{\imath} + (F.\operatorname{sen}\alpha)\check{\jmath} = (F_x,F_y)}$$

Ejemplo

Dado el sistema de ejes cartesianos ***XY*** y las fuerzas:

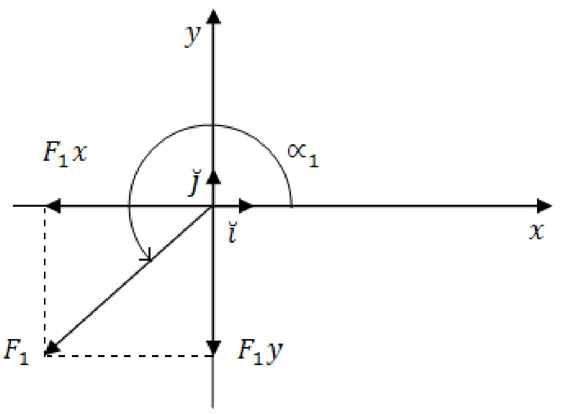
$\bar{F}_1 = (10N, 210°)$ y $\bar{F}_2 = (20N, 60°)$

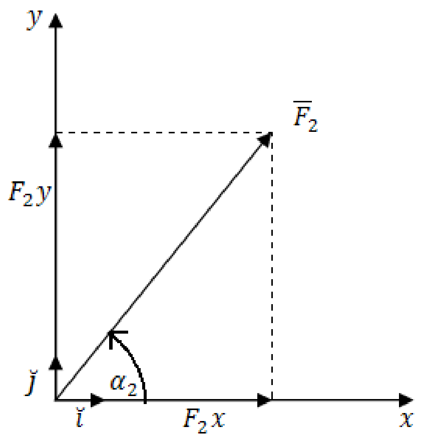
Se pide: a) Indicar su expresión cartesiana.

b) Hallar la resultante.

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{1x} + \bar{F}_{1y} = (F_1.\cos\alpha_1)\check{\imath} + (F_1.\operatorname{sen}\alpha_1)\check{\jmath} = -5\sqrt{3}\,N\check{\imath} - 5N\check{\jmath} = (-5\sqrt{3}, -5)N$$

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{2x} + \bar{F}_{2y} = (F_2.\cos\alpha_2)\check{\imath} + (F_2.\operatorname{sen}\alpha_2)\check{\jmath} = 10N\check{\imath} + 10\sqrt{3}\,N\check{\jmath} = (10, 10\sqrt{3})N$$





Resultante $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$

$$\overline{R} = (F_{1x} + F_{2x})\breve{\imath} + (F_{1y} + F_{2y})\breve{\jmath}$$

$$\overline{R} = (F_1 . \cos\alpha_1 + F_2 . \cos\alpha_2)\breve{\imath} + (F_1 . \operatorname{sen}\alpha_1 + F_2 . \operatorname{sen}\alpha_2)\breve{\jmath}$$

$$R_x = (-5\sqrt{3} + 10)N \qquad R_y = (-5 + 10\sqrt{3})N$$

$$\overline{R} = (-5\sqrt{3}N + 10N)\breve{\imath} + (-5N + 10\sqrt{3}N)\breve{\jmath}$$

Aplicación de resolución analítica en un punto material en equilibrio bajo un sistema de fuerzas

Para que el punto material esté en equilibrio, la suma de todas las fuerzas que sobre él actúan, debe ser igual al vector nulo.

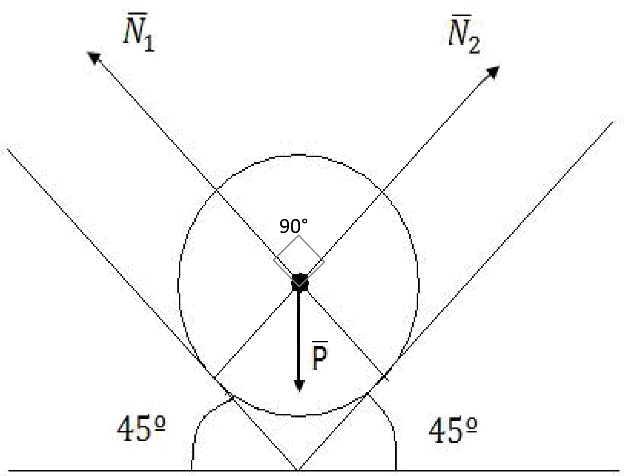
$$\sum \bar{F} = \bar{R} = R_x\,\breve{\imath} + R_y\breve{\jmath} = \bar{0}$$

Si el vector resultante $\bar{R}$ es nulo, lo deben ser también sus componentes.

$$\sum \overline{F} = \bar{0} \begin{cases} \sum F_x = R_x = 0 \\ \sum F_y = R_y = 0 \end{cases}$$

Por lo tanto, una ecuación vectorial en el plano permite obtener dos ecuaciones escalares

Ejemplo



Una esfera que pesa 100 Kg$_f$ está apoyada en dos planos inclinados según se indica.

- Hallar las reacciones de los planos

Las reacciones $\overline{N}_1$ y $\overline{N}_2$ son perpendiculares a los planos y pasan por el centro de la esfera, al igual que el peso.

$$\sum \bar{F} = \bar{0} = \bar{P} + \bar{N}_1 + \bar{N}_2$$

Tomando como sistema de referencia el eje x horizontal positivo hacia la derecha y el eje y vertical positivo hacia arriba, las ecuaciones escalares de la suma de las fuerzas actuantes sobre la esfera considerando que se encuentra en equilibrio, son:

1. $\sum F_x = 0 = N_2 . \cos 45° - N_1 . \cos 45°$
2. $\sum F_y = 0 = N_2 . \operatorname{sen} 45° + N_1 . \operatorname{sen} 45° - P$

De 1. $N_2 . \cos 45° = N_1 . \cos 45° \therefore N_2 = N_1$

De 2. $P = N_2 . \operatorname{sen} 45° + N_1 . \operatorname{sen} 45°$

$P = N_2 \operatorname{sen} 45° + N_2 \operatorname{sen} 45° = 2N_2 \operatorname{sen} 45°$

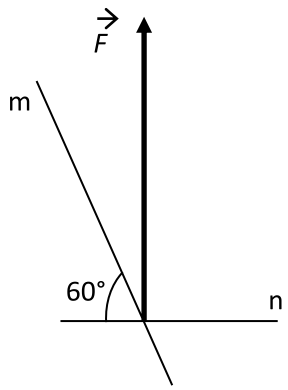
$$N_2 = \frac{P}{2 \operatorname{sen} 45°} \cong \frac{100 Kgf}{2.0{,}707} \cong 71{,}42\ Kgf \quad \therefore \quad N_1 = N_2 \cong 71{,}42\ Kgf$$

Guía de ejercicios: Estática del punto material

1) La fuerza vertical $\bar{F}$ de la figura de la derecha, tiene una intensidad de 500 N.

   a) Descomponga gráficamente la misma en las dos direcciones *m* y *n* dadas.

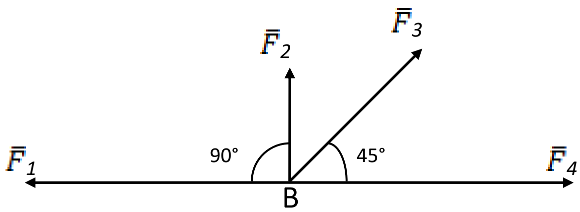
   b) Halle la intensidad de cada componente, gráfica y analíticamente.



Rta: Fn = 288,68 N; Fm = 577,35 N

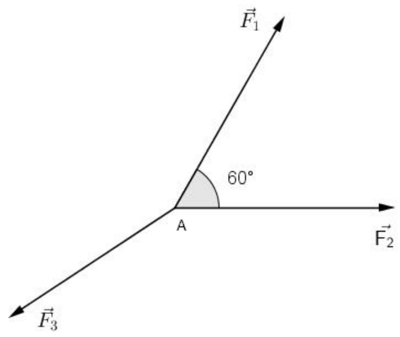
2) Halle la intensidad, dirección y sentido de la fuerza que será necesario aplicar al punto B para que el sistema de la figura no se mueva.

DATOS: F_1 = 100 N ; F_2 = 40 N ; F_3 = 60 N ; F_4 = 100 N



Rta: E = 92,70 N, formando un ángulo de 242,76° con el eje x

3) Tres hombres tiran de cuerdas unidas en el punto A. El primero jala con 200 N y el segundo con 300 N. Las direcciones que forman ambas fuerzas es de 60°. ¿Qué fuerza y en qué dirección debe ejercerla el tercer hombre para que el punto A esté en equilibrio?

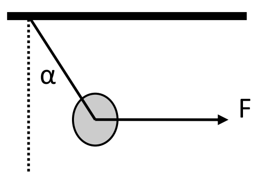


Rta: F_3 = 435,89 N ; α = 203,41° respecto al eje x.

4) Un chico, que pesa 400 N, se cuelga con las manos de una barra horizontal, estando sus brazos paralelos. a) ¿Qué fuerza realiza con cada brazo? b) Si ahora abre los brazos, de manera que cada brazo forma un ángulo de 25° con la vertical. ¿Qué fuerza realiza con cada brazo?

Rta: a) $F_1 = F_2$ = 200 N ; b) $F_1 = F_2$ = 220,68 N .

5) Sobre una esfera de metal colgada del techo mediante una cuerda, se ejerce una fuerza horizontal de 120 N, de modo que la cuerda permanece formando un ángulo α = 40° con la vertical, como lo indica la figura. Halle el valor de la tensión en la cuerda y el peso de la esfera.

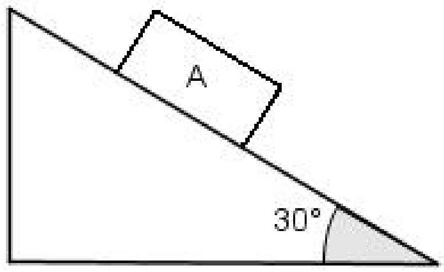


Rta: T = 186,69 N ; P =143,01 N .

6) El bloque A que pesa 500 kgf está en equilibrio sobre el plano inclinado. Halle:

a) La reacción perpendicular N que el plano ejerce sobre el bloque.

b) La reacción paralela al plano (fuerza de rozamiento).

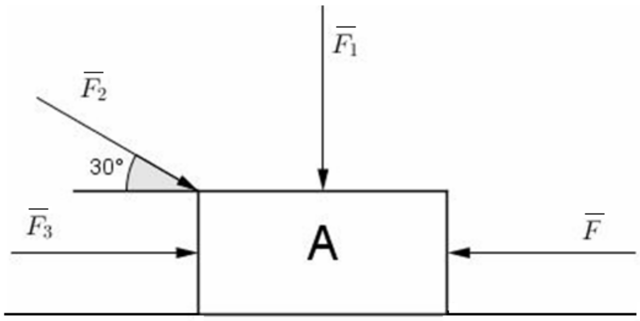


Rta: a) N = 433,01 kgf ; b)Fr = 250 kgf .

7) Sobre el cuerpo A actúa el sistema de fuerzas concurrentes mostrado en la figura. Halle:

   a) La fuerza F que mantiene el sistema en equilibrio.

   b) La reacción perpendicular de contacto entre A y la superficie del plano.

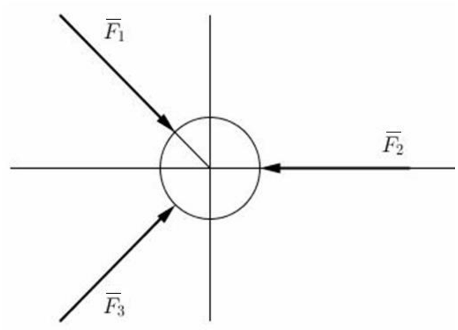


$F_1 = 200$ N $F_2 = 1000$ N $F_3 = 500$ N Nota: No considerar el peso de A.

Rta: a) F = 1366,03 N ; b) N = 700 N .

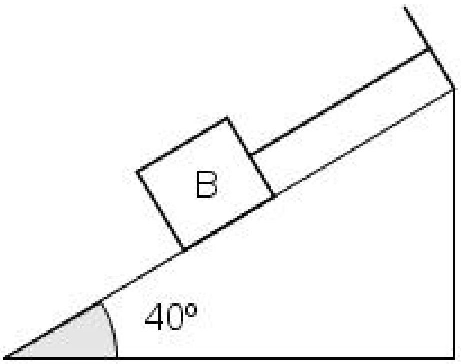
8) Un grupo de niños arroja chorros de agua sobre una pelota de playa apoyada en la arena desde tres direcciones. Como resultado actúan tres fuerzas sobre la pelota: $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$ y $\bar{F}_3$.

   Las magnitudes de $\bar{F}_1$ y $\bar{F}_2$ son 50 y 90 N respectivamente, y forman un ángulo de 120° entre ellas. Encuentre la magnitud y dirección de $\bar{F}_3$, tal que la pelota se mantenga en el mismo lugar.



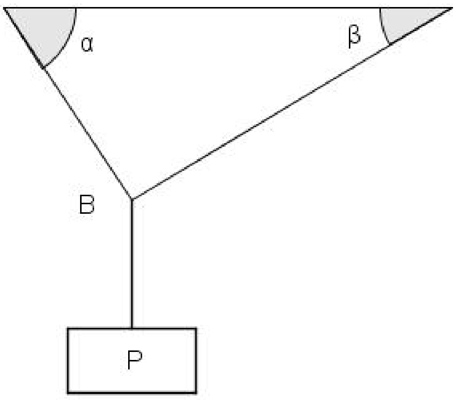
Rta: F_3 = 78,1 N ; α = 33,67° respecto al eje x.

9) Calcule el valor del esfuerzo que realiza la cuerda para mantener el bloque B, que pesa 30 kgf, en equilibrio sobre el plano inclinado, sabiendo que la fuerza de rozamiento entre las superficies de contacto es de 100 N.



Rta: T = 88,98 N.

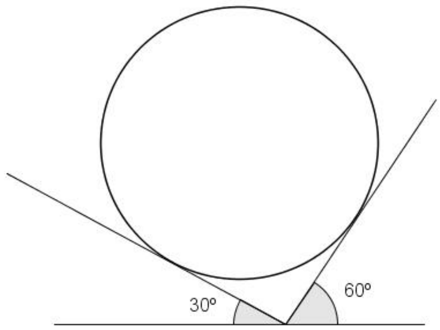
10) El sistema está en equilibrio. Determine el esfuerzo en cada uno de los cables que concurren al nudo B. El peso del cartel P es de 200 N. Datos: α = 53°; β = 37°



Rta: T_{vert} = 200 N ; T_{izq} = 159,73 N ; T_{der} = 120,36 N.

11) Determine las fuerzas ejercidas por las superficies de los dos planos inclinados sobre la esfera.

Peso esfera = 120 N



Rta: N_{izq} = 103,92 N ; N_{der} = 60 N.

12) Un camionero debe subir una cuesta que forma un ángulo de 30° con el horizonte, y desea saber de antemano si lo podrá hacer. El camión pesa en total 100.000 N, y la máxima fuerza que es capaz de desarrollar el motor es 40.000 N. a) ¿Lo podrá hacer? b) ¿Subirá una cuesta con una inclinación de 15°?

Rta: En el caso a), no. En el b), si.

13) Un chico remontó un barrilete que pesa 3 N, y en un determinado momento el hilo con que lo sostiene forma un ángulo con el piso de 40°. Con un dinamómetro se mide la fuerza que ejerce el hilo que resulta ser de 4 N. Suponiendo que el barrilete se encuentre en equilibrio en el aire:

a) Esquematice la situación, y haga un diagrama de cuerpo libre del barrilete.

b) Calcule la fuerza que el viento ejerce sobre el barrilete, en intensidad, dirección y sentido.

Rta: Fv = 6,36 N, formando un ángulo de 61,19° con el eje x

Unidad 4

Cinemática del punto material

- Cinemática del punto material
- Movimiento
- El móvil
- Trayectoria
- Movimiento rectilíneo
- Posición de un punto material
- Desplazamiento y camino recorrido
- Velocidad de un punto material
- Velocidad media e instantánea
- Aceleración de un punto material
- Aceleración media e instantánea
- Funciones horarias
- Descripción de movimientos. Funciones y gráficas
- Movimiento rectilíneo uniforme
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado
- Movimientos verticales en el vacío.

Cinemática del punto material

La Cinemática es la parte de la Física que estudia el movimiento sin considerar las causas que lo producen.

Cuando observamos el movimiento de un automóvil y nos hacemos preguntas tales como: ¿Dónde se encontrará el coche media hora después de pasar por un semáforo? ¿Qué velocidad posee en un instante dado? ¿Tiene velocidad constante?, etc., podemos contestar estas preguntas sin saber por qué se mueve el coche.

Los problemas que resuelve la Cinemática son fundamentalmente determinar la posición, desplazamiento, velocidad, y aceleración en función del tiempo.

En este capítulo haremos una descripción detallada de las magnitudes cinemáticas posición, velocidad y aceleración, y estudiaremos algunos movimientos muy simples, que se pueden tomar como modelos para la comprensión de otros movimientos más complejos.

Movimiento

El fenómeno físico con el que estamos más familiarizados y conocemos mejor es el movimiento. Estamos rodeados de una multitud de objetos que se mueven, que pasan del estado de reposo al estado de movimiento y viceversa. Desde muy pequeños tenemos un concepto intuitivo de este fenómeno que nos permite afirmar si un cuerpo, en un momento dado, está en reposo o está animado de movimiento. ¿Qué criterio empleamos para distinguir el estado de reposo del estado de movimiento? Un criterio podría ser este: "Un cuerpo se mueve cuando un punto cualquiera de ese cuerpo cambia de lugar".

La localización de un cuerpo en el espacio respecto de un sistema de referencia recibe el nombre de ***posición*****.**

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos dar la siguiente definición: ***Movimiento*** es un cambio continuo de posición respecto de un sistema de referencia fijo.

Si el sistema de referencia no está fijo, el movimiento que podemos estudiar es el movimiento relativo que posee un cuerpo respecto del sistema. Por ejemplo, un avión deja caer un objeto. Si el sistema de referencia es el avión, el piloto solamente observa el movimiento de caída del objeto que es el movimiento relativo. Para el piloto el objeto tiene movimiento rectilíneo: lo ve siempre debajo del avión aunque cada vez más lejos.

En cambio, un individuo que estuviera en tierra o fuera del avión, sistema fijo respecto del avión y el objeto, observaría además del movimiento de caída, que el objeto se traslada horizontalmente con la misma velocidad del avión formando una trayectoria parabólica.

En todo movimiento hay que distinguir tres elementos fundamentales: el cuerpo que se mueve o móvil, el sistema de referencia que se emplea y la trayectoria.

El Móvil

Adoptaremos como móvil un punto material o partícula. Ya hablamos de este modelo en el capítulo anterior: Esta abstracción se hace por sencillez. Para conocer el movimiento de un cuerpo real habría que conocer el movimiento de todos sus puntos, pero el estudio del movimiento así considerado puede ser complicado.

Cuando un automóvil se desplaza por una ruta, además del movimiento de traslación que observamos, posee otros movimientos: *vibratorios* producidos por los amortiguamientos, *de balanceo,* al tomar una curva, etc. Esta complicación se evita considerando el móvil como una partícula.

A su vez, el estudio del movimiento de una partícula posee rigor matemático. La posición de un punto respecto de un sistema de referencia viene determinada por un ***vector*** (el vector posición);el estudio del movimiento del punto se reduce al estudio geométrico de dicho punto.

Realmente no existe en la naturaleza un móvil sin dimensiones pero hay muchos cuerpos que en su movimiento se comportan como partículas materiales.

Además un cuerpo no tiene que ser necesariamente pequeño para que pueda considerarse como una partícula, todo depende del sistema de referencia que se tome: un automóvil, no se comporta como una partícula para el que lo conduce, sin embargo se comporta como una partícula para un observador que sobrevuela la ruta en helicóptero.

Por lo tanto, partícula material es un término relativo que depende de las dimensiones que intervengan en cada problema concreto.

Como ya habíamos definido, *un cuerpo cuyas dimensiones son despreciables frente al vector de posición es una partícula.*

Trayectoria

El punto P(x,y), está en reposo cuando sus coordenadas permanecen constantes con el tiempo. El punto estará en movimiento cuando por lo menos una de sus coordenadas varíe con el tiempo.

Cuando el punto P(x,y) se mueve, sus coordenadas van tomando distintos valores con el tiempo. El conjunto de estos valores recibe el nombre de trayectoria.

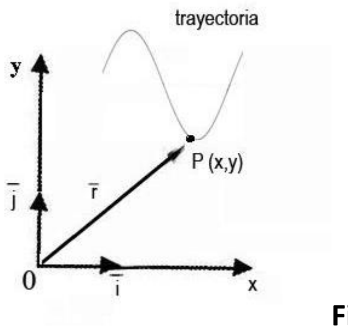


Figura 1

La***Trayectoria***es el lugar geométrico de las sucesivas posiciones que va tomando la partícula móvil en el espacio.

La trayectoria puede ser:

Curvilínea
- Parábola, hipérbola, otras curvas.
- Circunferencia, elipse (órbitas).

RectilíneaRecta.

Movimiento rectilíneo

Cuando la trayectoria es una recta el movimiento se llama ***rectilíneo***.

Posición de una partícula

Tomamos una recta de referencia coincidente con la trayectoria. La posición de la partícula sobre esta recta en la cual se escogió un origen 0, es la que da su abscisa x. Diremos que el vector que une el origen 0 con la partícula es el ***vector posición***$\bar{x}$.

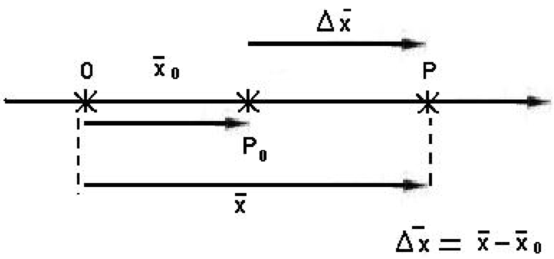


Figura 2

$\bar{x}_0$, posición en t_0(tiempo inicial).

$\bar{x}$, posición en el tiempo t.

Si el cuerpo se mueve sobre la recta, su abscisa depende del tiempo. Escogiendo arbitrariamente un instantecomo tiempo cero, y con ayuda de un cronómetro, se puede atribuir para cada posición de la partícula un tiempo t(el origen del tiempo no necesariamente coincide con el origen de las abscisas).

Matemáticamente, diremos que el vector posición es una función del tiempo y escribiremos:

$\bar{x} = \bar{x}(t)$

La *función o ecuación de la posición en función del tiempo*, o *función horaria*, nos da la posición para cada instante de tiempo.

Desplazamiento

Si la partícula se mueve de la posición inicial $\bar{x}_0$ en el tiempo t_0, hasta la posición $\bar{x}$ en el tiempo t, diremos que el ***vector desplazamiento*** es:

$\Delta\,\bar{x} = \bar{x} - \bar{x}_0$ (leer delta *x*).

Y que se efectuó en el ***intervalo de tiempo***:

$\Delta\,t = t - t_0$ (leer delta *t*).

El símbolo Δ significa variación de la cantidad puesta a su derecha y siempre es la cantidad final menos la cantidad inicial.

Las unidades de posición y de desplazamiento son, en el S.I., el metro (*m*). Pero también pueden expresarse en múltiplos o submúltiplos. (*cm*, *km*, etc.)

No debe confundirse ***desplazamiento*** con ***camino recorrido***. Sólo a veces la magnitud del desplazamiento coincide con la del camino recorrido.

Por ejemplo, si el móvil va de A hasta B.

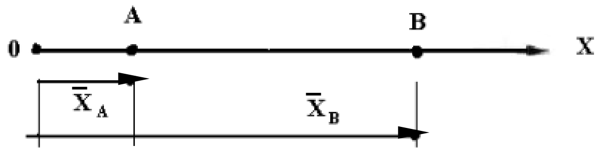


Figura 3

Desplazamiento (Posición Final – Posición Inicial)

$\Delta\bar{x} = \bar{x}_b - \bar{x}_a$; $|\Delta\bar{x}| = |\bar{x}_b - \bar{x}_a|$

Camino recorrido de A hasta B

$\Delta x = |x_b - x_a|$ En este caso, los valores coinciden.

Otras veces no es así; por ejemplo, el móvil va de A hasta B, y luego retrocede a C.

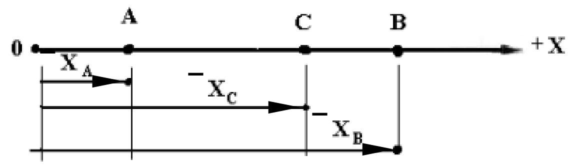


Figura 4

Desplazamiento(Posición Final – Posición Inicial)

$\Delta\bar{x} = \bar{x}_c - \bar{x}_a$; $|\Delta\bar{x}| = |\bar{x}_c - \bar{x}_a|$

Camino recorrido

$\Delta x = |x_b - x_a| + |x_c - x_b|$

Ejemplo 1

Sobre una recta, un cuerpo tiene una posición dada por la función $x = 50.t$ (donde *x* se mide en km y *t* en horas).

En $to = 0$, la posición es $xo = 0$; el cuerpo está en el origen, es su posición inicial.

En $t = 1\ h$, la posición es $x = 50\frac{km}{h} \times 1h = 50\ km$.

En $t = 2\ h$, la posición es $x = 50\frac{km}{h} \times 2h = 100\ km$ y así sucesivamente.

__Ejemplo 2__

Sobre una recta, la posición de un móvil viene dada por la ecuación horaria $x = 10.t^2 + 5$(*x* en m y *t* en segundos).

En $t_0 = 0\ s$, la posición es $x_0 = 5\ m$, lo que indica que cuando se empieza a estudiar el movimiento, el móvil se encuentra en la abscisa 5 m. Esa es su posición inicial.

En $t = 1\ s$, la posición es $x = 10\frac{m}{s^2} \times (1s)^2 + 5m = 15\ m$.

El desplazamiento Δx en el intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0 = 1\ s$ es:

$\Delta x = x - x_0 = 15m - 5m = 10\ m$

Velocidad de una partícula

Velocidad media

Definiremos ***vector velocidad media*** de la partícula a la razón entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo correspondiente, o sea:

$$\bar{v}_m = \frac{\bar{x} - \bar{x}_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} \quad (1)$$

De la definición de velocidad se desprende que la velocidad media es un vector (vector $\Delta \bar{x}$ dividido por el escalar Δt) que apunta en la dirección y sentido de la trayectoria.

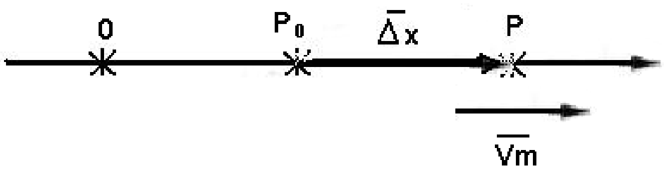


Figura 6

Una velocidad positiva indica que el cuerpo se desplaza en el sentido positivo elegido para la trayectoria. Una velocidad negativa indicará lo contrario.

La unidad de la velocidad en el S.I. es *m/s*, pero también podrá aparecer en *cm/s*, *km/h*, etc.

Ejemplos

1. Sobre una línea recta, un auto recorre 100 km en 2 horas. ¿Cuál es la velocidad media?

Rta: El vector velocidad media está en la dirección y sentido del movimiento, y tiene un módulo v_m = 100km/(2h) = 50 km/h

2. ¿Cuál es la velocidad media de una bicicleta que se mueve en línea recta, cuando sus ruedas, de 35 cm de radio, realizan 2,5 revoluciones por segundo?

Rta: En un segundo la bicicleta avanza 2.π.*r.n,* por lo tanto:

v_m= 2 X 3,14 x 0,36m x 2,5(1/s) = 5,65 m/s.

Velocidad instantánea

La velocidad media no describe el movimiento en cada instante, por tanto no es adecuada para una descripción precisa del movimiento. Por ejemplo si un auto recorre sin parar de una manera uniforme, una ruta de 100 km en 2 horas, se dirá que su velocidad media es 50 km/h. Mientras que si otro auto recorre la misma distancia, pero parando y acelerando, en el mismo tiempo, se dirá también que su velocidad media es 50 km/h y obviamente los dos movimientos no han sido iguales.

El único medio de describir mejor el movimiento de un cuerpo en cada instante, es medir su velocidad media para desplazamientos muy pequeños, durante intervalos de tiempo también muy pequeños.

Tomemos como ejemplo, el corredor olímpico que recorre 100m en 10 s. Con ayuda de buenos cronómetros electrónicos se ha medido el tiempo que tarda el corredor en recorrer los últimos 50 m, 10m, 2m y 1m.

Se encuentra que:

Distancias (m)	100	50	10	2	1
Tiempo (s)	10,0	4,17	0,81	0,18	0,08
Velocidad media (m/s)	10	12,0	12,3	12,5	12,5

Queremos saber ahora, ¿cuál es la velocidad del corredor exactamente sobre la raya final?

Se puede apreciar que si los desplazamientos y los intervalos de tiempo son cada vez más pequeños, la velocidad media se acerca a un valor que no varía mucho y que aquí es 12,5 m/s. En otras palabras, se dice que la velocidad media, cuando el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño, llega a un límite.

Si a partir de cierta posición y de cierto tiempo, se efectúa un desplazamiento muy pequeño, el intervalo de tiempo lo será también. Podemos definir el ***vector velocidad instantánea*** o, simplemente ***velocidad*** en un momento o instante dado, a la razón entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo correspondiente, cuando éste tiende a cero.

Lo que se escribirá como:

$\overline{v} = \frac{\Delta\bar{x}}{\Delta t \to 0}$(2)

A cada instante el vector velocidad depende del tiempo, por lo tanto es una función del tiempo; lo que escribiremos como:

$\bar{v} = v(t)$ (3)

Nota: Los matemáticos escriben la ecuación (2) como:

$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{x}}{\Delta t}$ (4)

Y dicen (la expresión se lee así) que la velocidad instantánea es el límite de $\frac{\Delta\bar{x}}{\Delta t}$ cuando Δt tiende a cero.

Ejemplo

¿Cuál es la velocidad instantánea en el instante t_0 = 1 s para un cuerpo cuya posición en metros está dada por $x = t^2$? (trabajamos con los módulos, y sin unidades por simplicidad)

Rta: Tomemos t = 1,1 s y calculemos la velocidad media.

$$v_m = \frac{(1{,}1)^2 - 1^2}{1{,}1 - 1} = \frac{1{,}21 - 1}{0{,}1} = 2{,}1\ m/s$$

Tomemos un intervalo más pequeño, con t = 1,01 s y calculemos v.

$$v_m = \frac{(1{,}01)^2 - 1^2}{1{,}01 - 1} = \frac{1{,}0201 - 1}{0{,}01} = 2{,}01\ m/s$$

Tomemos uno aún más pequeño, con t = 1,001 s y calculemos$v$.

$$v_m = \frac{(1{,}001)^2 - 1^2}{1{,}001 - 1} = \frac{1{,}002001 - 1}{0{,}001} = 2{,}001\ m/s$$

A medida que el intervalo de tiempo se hace cada vez más pequeño, la velocidad media se acerca a 2 m/s. Podemos afirmar por lo tanto que la velocidad instantánea en el instante t= 1 s es igual a 2 m/s.

En cursos superiores se desarrollarán conceptos y procedimientos para calcular analíticamente la velocidad instantánea. Por ahora, si no se indica lo contrario, cada vez que hablemos de velocidad, nos referiremos a la misma.

Es interesante observar que todos los velocímetros de los automóviles nos informan la *velocidad instantánea*.

Aceleración de una partícula

Aceleración media

Si la velocidad *varía* de $v_0$en el tiempo t_0 hasta un valor v en el tiempo t, podemos definir el *vector* ***aceleración media*** como la razón entre la variación de la velocidad $\Delta\bar{v} = \bar{v} - \bar{v}_0$, y el intervalo de tiempo correspondiente, o sea:

$$\bar{a}_m = \frac{\bar{v}-\bar{v}_0}{t-t_0} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} \quad (5)$$

En los movimientos rectilíneos, el vector $\bar{a}_m$ tiene la misma dirección que la trayectoria. Cuando la partícula se dirige en el sentido positivo del eje, una aceleración positiva indica que la velocidad está creciendo, por tanto el objeto se acelera, mientras que una aceleración negativa muestra que la velocidad está disminuyendo y, por tanto, el objeto se desacelera.

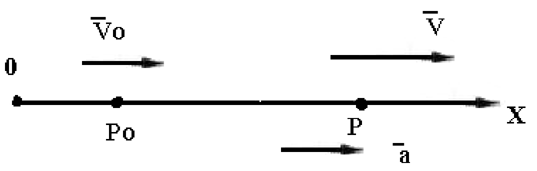


Figura 6

Cuando la partícula se dirige en el sentido negativo del eje, una aceleración positiva indica un movimiento desacelerado, mientras que una aceleración negativa muestra un movimiento acelerado.

La unidad de la aceleración en el S.I. es m/s^2, pero también puede usarse km/h^2 .

Aceleración instantánea

Definimos vector aceleración instantánea en un cierto instante, o aceleración simplemente, a la razón entre el incremento de la velocidad y el intervalo de tiempo cuando éste tiende a cero; lo que escribimos como:

$$\bar{a} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t \to 0} \qquad (6)$$

A cada instante el vector aceleración depende del tiempo, por lo tanto es una función del tiempo; lo que escribiremos:

$\bar{a} = a(t)$ (7)

Nota: Los matemáticos escriben la ecuación (6) como:

$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ (8)

Y dicen (la expresión se lee así) que la aceleración instantánea es el límite de $\frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$ cuando Δt tiende a cero.

Ejemplos:

1. Sobre una recta, un auto acelera desde una velocidad de 20 m/s a 30 m/s en 5 segundos. ¿Cuál fue su aceleración media?

   Rta: La aceleración media es (trabajamos con el módulo por simplicidad)

   $$a_m = \frac{30\,\frac{m}{s} - 20\,\frac{m}{s}}{5s} = 2\ m/s^2$$

   Dirigida en la dirección de la trayectoria.

2. ¿Cuál es la aceleración instantánea en el instante t=1 s, para un cuerpo cuya velocidad en m/s se expresa por v = 3t (m/s)?

   Rta: Siguiendo el mismo proceso que en el ejemplo sobre la velocidad instantánea, se puede mostrar que la aceleración instantánea es 3 m/s^2.

Funciones horarias

Las ecuaciones:

$\bar{x} = x(t)$ $\bar{v} = v(t)$ $\bar{a} = a(t)$ (9)

se denominan ***ecuaciones cinemáticas del movimiento, o ecuaciones (o funciones) horarias***. Determinan completamente cualquier movimiento rectilíneo, lo que significa que el mismo se puede describir perfectamente a través de ellas.

Es de notar que estas ecuaciones vectoriales se transforman inmediatamente en ***ecuaciones escalares*** para el movimiento rectilíneo en vista de que los tres vectores, posición, velocidad y aceleración están en la dirección de la trayectoria, y el signo "+" o

"–" que pueden tener, nos indicará si estos vectores están en el sentido positivo o negativo de la trayectoria. Por tanto, estos vectores pueden ser tratados como cantidades algebraicas para el movimiento rectilíneo. En consecuencia, escribiremos las ecuaciones cinemáticas del movimiento así:

$$x = x(t);\; v = v(t);\; a = a(t) \qquad (10)$$

Descripción de movimientos. Funciones y gráficas

Existen diferentes niveles de descripción del movimiento de un objeto:

a) Descripción verbal: Haciendo uso del lenguaje coloquial, se "cuenta" como se mueve un objeto.

b) Tablas de valores: A través de mediciones de la posición de una partícula y el tiempo transcurrido, se confeccionan tablas que muestran el cambio o no de la posición, velocidad y aceleración del objeto.

c) Gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo: Con los valores de las tablas u otras informaciones, se pueden graficar la relación de dependencia entre las magnitudes cinemáticas y el tiempo.

d) Funciones Horarias: Este es el nivel de mayor abstracción en la descripción de movimientos. Por medio de inferencias, comparaciones y/o análisis de gráficas, se llega a plasmar la relación de dependencia (función horaria) que caracteriza cada una de las magnitudes cinemáticas con el tiempo.

El objetivo del estudio de la Cinemática es poder describir el movimiento de un objeto, moviéndonos hacia arriba y hacia abajo entre estos niveles: Por ejemplo, si se sabe la función horaria de un objeto, se deben poder graficar las relaciones, realizar tablas y describir verbalmente el movimiento del mismo.

Ahora estamos en condiciones de analizar y describir algunos movimientos. Todo movimiento es definido por una de sus ecuaciones cinemáticas y nuestra tarea es deducir las otras dos ecuaciones cinemáticas por medio de las definiciones de posición, velocidad y aceleración.

Estudiaremos algunos movimientos rectilíneos simples, tomando como trayectoria el eje x.

Movimiento rectilíneo uniforme

Diremos que un movimiento rectilíneo es ***uniforme*** cuando su *velocidad v es constante.*

(a) Velocidad

Siendo la velocidad instantánea constante, necesariamente, la velocidad media es también constante e igual a *v*.

(b) Aceleración

Según la definición de aceleración media, tenemos:

$$a_m = \frac{v-v_0}{t-t_0} = 0 \qquad (11)$$

Por tanto, la aceleración es cero.

(c) Posición

Según la definición de velocidad media, tenemos:

$$v = v_m = \frac{x-x_0}{t-t_0} \qquad (12)$$

Tomaremos como condición inicial que para el tiempo t_0= 0, la posición inicial sea x_0. En consecuencia,

$v = \frac{x-x_0}{t}$ y se deduce que $x = v.t + x_0$ (13)

En resumen, las **ecuaciones cinemáticas del movimiento rectilíneo uniforme** son:

$a = 0 ; v = cte. ; x = x_0 + v.t$ (14)

Es muy conveniente hacer las ***gráficas*** representadas por estas ecuaciones.

a = 0 se representa por una línea que coincide con el eje del tiempo.

$v = cte$, la gráfica de v en función de t, se representa con una recta paralela al eje t. Puede estar por encima o por debajo del eje t, según que la velocidad sea positiva o negativa.

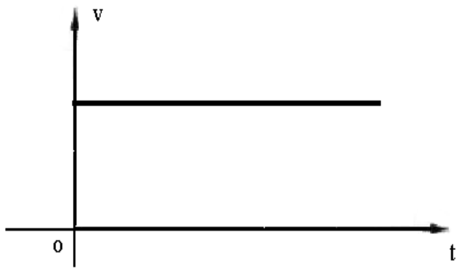


Figura 7

$x = v.t + x_0$ es una recta que corta el eje x en x_0 y cuya pendiente representa la velocidad. (tendrá pendiente positiva o negativa, según lo sea la velocidad)

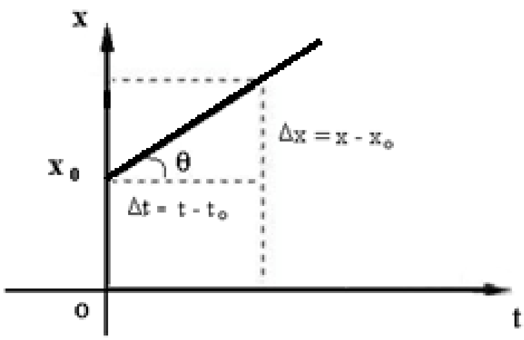


Figura 8

Ejemplo 1

Un auto pasa por un punto tomado como origen con velocidad constante de 3 m/s.

(a) ¿Cuál es la ecuación de su posición?

Rta: Como es un movimiento uniforme, la ecuación es de la forma:

$x = x_0 + v.t$

Aquí: v=3 m/s

x_0= 0

Por tanto, tenemos:

$x = 3t$ (m)

(b) ¿Qué distancia recorre en 4 s?

Rta: Aplicando la ecuación anterior se tiene: $x = 3m/s \times 4s = 12\ m$

(Como la x_0= 0, la distancia recorrida coincide con la posición final.)

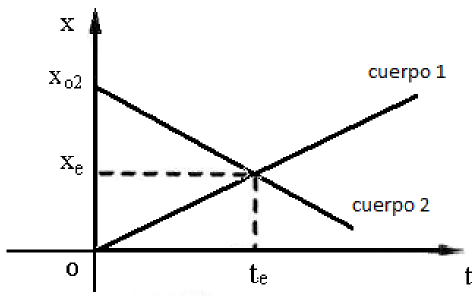
Ejemplo 2 (problema llamado "de encuentro")

Dos cuerpos se desplazan con velocidades constantes sobre el mismo eje, moviéndose en sentidos contrarios, y acercándose. Sus funciones de posición son:

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = x_{02} - v_2 t$$

En estos problemas, generalmente se pide hallar el instante de tiempo y la posición en que los cuerpos se encuentran o cruzan.



Llamamos:

x_e = Posición de encuentro.

t_e = Tiempo de encuentro.

Figura 9

En el instante del *cruce o encuentro* (si se encuentran) la *posición de ambos cuerpos es común*, es decir $x_1=x_2$, por lo tanto tenemos que resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas.

Se podrá también determinar gráficamente el instante y la posición del encuentro por los puntos de intersección de las dos gráficas posición-tiempo.

Apliquemos este concepto en el ***problema*** siguiente:

Determinar el instante y la posición del encuentro de los dos móviles cuyas ecuaciones de posición son:

$x_1= -2 + 2t$ $\qquad$ $x_2= 4 - t$ $\quad$ (donde *x* se mide en metros y *t* en segundos)

Analizando las funciones horarias, se puede ver que la velocidad del primer móvil es 2 m/s mientras que la del segundo es -1 m/s.

En el encuentro $x_1 = x_2 = x_e$ $\quad$ o sea $\quad$ $-2 +2t_e = 4- t_e$

Despejando nos queda $t_e= 2$ s

Remplazando en $x_e = -2m +2m/s.2s = 2m$ $\qquad$ $x_e =$ 2 m

La respuesta es $t_{encuentro}= 2$ sy $x_{encuentro}= 2$ m

Confeccionar las gráficas $x= x(t)$ y $v= v(t)$

Movimiento rectilíneo uniformemente variado

Diremos que un movimiento rectilíneo es ***uniforme variado*** cuando *su aceleración a es constante.*

(a) Aceleración

Siendo la aceleración instantánea constante, necesariamente la aceleración media es también constante e igual a *a*.

(b) Velocidad

Según la definición de aceleración media, tenemos

$$a_m = a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \qquad (15)$$

Tomaremos como primera condición inicial que para el tiempo $t_0=0$, la velocidad inicial sea v_0. En consecuencia,

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad (16)$$

y se deduce que $v = v_0 + at$

Hagamos la gráfica de *v* en función del tiempo. Es una recta que corta el eje *v* en v_0 y cuya pendiente es *a*.

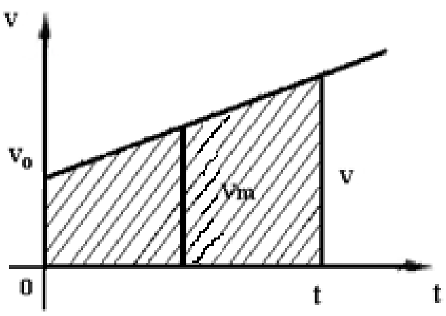


Figura 10

Notamos que la velocidad media entre 0 y t viene dada por la semisuma de las bases del trapecio de la figura.

$$v_m = (v + v_0)/2 \qquad (17)$$

Y como $v = v_0 + at$

Tenemos $v_m = (v_0 + v_0 + at)/2$ (18)

(c) Posición

Por definición, la velocidad media es:

$$v_m = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Tomamos como segunda condición inicial que para el tiempo $t_0 = 0$, la posición inicial sea x_0. En consecuencia:

$$v_m = \frac{x - x_0}{t} \qquad (19)$$

Igualando esta expresión con la anterior (18)

$$\frac{x - x_0}{t} = \frac{1}{2}(at + 2v_0)$$

Finalmente, $x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}at^2$

En resumen, las **<u>ecuaciones cinemáticas del movimiento rectilíneo uniformemente variado</u>** son:

$$\boldsymbol{a = cte v = v_o + at x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2} \qquad (19)$$

A veces es útil (aunque no imprescindible) agregar la siguiente ecuación que se obtiene eliminando el tiempo entre las dos últimas ecuaciones de (19), y cuando $x_0 = 0$

$$v^2 = v_o{}^2 + 2ax \quad (20)$$

Las gráficas representadas por estas ecuaciones son:

$a = cte$ se representa por una recta paralela al eje t.

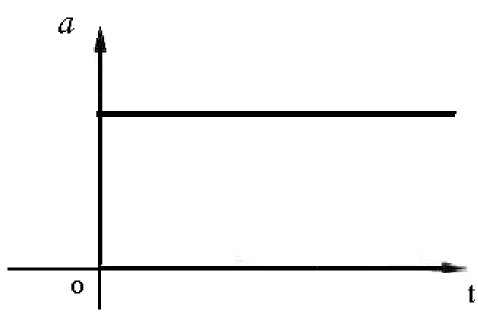


Figura 11

$v = v_o + at$ se representa por una recta que corta el eje v en v_0 y cuya pendiente es *a*.

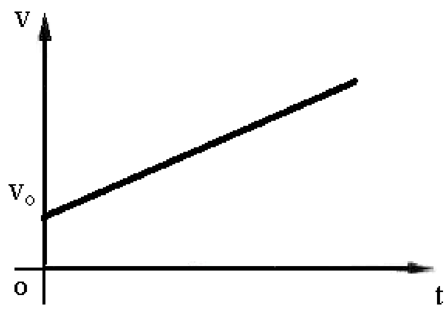


Figura 12

$x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}at^2$ se representa por una parábola.

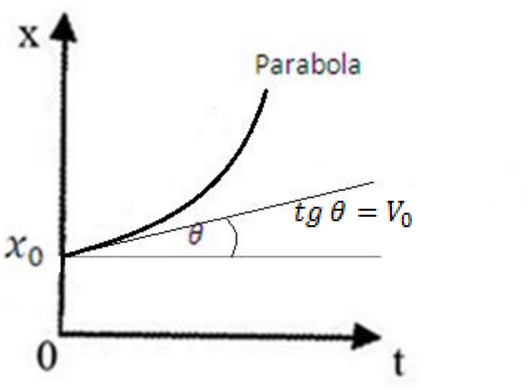


Figura 13

El estudio y análisis de las gráficas que acabamos de mencionar es una parte muy importante e imprescindible para la comprensión del movimiento uniformemente variado.

Notemos que el movimiento rectilíneo uniforme es un caso particular del movimiento uniformemente variado cuando a=0.

En ese caso, las ecuaciones (19) se transforman en las ecuaciones (14).

Recordemos que para resolver con éxito cualquier problema de cinemática, es imprescindible elegir un sistema de referencia. Si los movimientos son rectilíneos, con elegir un origen y un sentido positivo alcanza. Es común tomar la trayectoria en la dirección del eje x o el y.

En estas condiciones, cuando un vector, como el que representa la aceleracióna o la velocidad inicial v_0, tiene el mismo sentido que el semieje positivo tomado como referencia, se le asigna el signo positivo. Cuando el vector tiene sentido contrario al positivo tomado como referencia, se le asigna el signo negativo.

Ejemplos

1. Sea el movimiento dado por la ecuación

   $X=5 + 3t +4t^2$ (donde la posición se da en *m* y el tiempo en *s*).

   La posición inicial es 5m. La velocidad inicial es 3 m/s.

   La aceleración está dada por ½.*a* = 4, por lo tanto a= 8m/s^2

   La ecuación de la velocidad en función del tiempo es *v(t) = 3 +8t* (m/s)

2. Un avión parte del reposo y recorre una pista recta con aceleración constante de 5m/s^2. Cuando recorre 160m, despega.

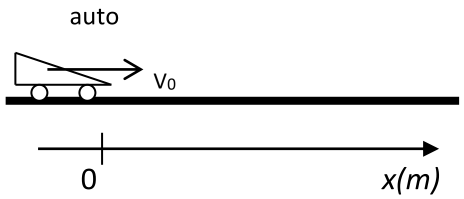
   a) Escribir las ecuaciones cinemáticas del movimiento, tomando como origen del sistema de referencia el comienzo de la pista, y sentido positivo el del avance del avión.

   Rta: Las ecuaciones (19) son: *a*=5 (m/s^2) v=5t (m/s) x= ½ 5t^2(m)

   b) Calcular el tiempo y la velocidad de despegue. (Rta: t= 8 s ; v= 40 m/s)

3. El conductor de un coche que se mueve a 90 km/h en una ruta recta, saca el cambio y deja que el auto se mueva libremente. Debido al rozamiento, el vehículo va disminuyendo lentamente su velocidad, y se detiene después de 20 s. Elija un sistema de referencia y determine: a) La aceleración del auto. b) Las funciones horarias. c) La distancia que recorre hasta que se detiene, y la posición en que lo hace. d) Dibuje cualitativamente las gráficas de *a = f(t)*,*v = f(t)* y *x = f(t)*.

   En primer lugar, hacemos un esquema de la situación, y elegimos un sistema de referencia:



   En este sistema de referencia, $x_0 = 0$ y

   $v_0 = 90$ km/h = 25 m/s

   a) $a = \frac{0-25\frac{m}{s}}{20\ s} = -1,25\,\frac{m}{s^2}$

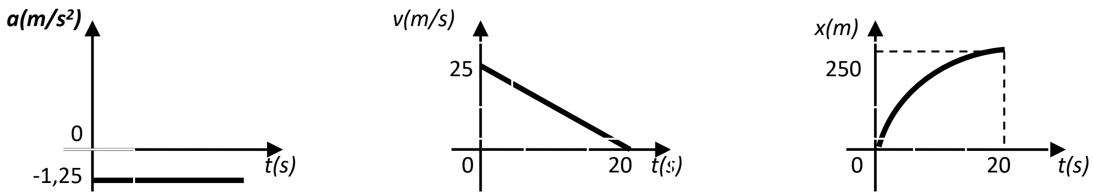
   b) Con lo anterior: $a = -1,25$(m/s^2);$v(t) = 25 - 1,25t$(m/s);$x(t) = 25t - 0,625t^2$ (m)

   c) Cuando se detiene, t = 20 s, por lo tanto

   $x(20s) = 25\frac{m}{s}.20s - 0,625\frac{m}{s^2}20^2.s^2 = 250\ m$

Como $x_0 = 0$, en este caso la distancia recorrida y la posición final coinciden.

d)



Movimientos verticales en el vacío (tiro vertical y caída libre)

Un buen ejemplo de movimiento uniformemente variado es el movimiento que adquiere un objeto cuando se lo lanza hacia arriba o se lo deja caer, si no se considera el rozamiento con el aire. La experiencia muestra que todos los cuerpos, en el vacío, caen (o suben) con aceleración constante, la ***aceleración de la gravedad***, que vale aproximadamente 9,8 m/s^2, dirigida hacia el centro de la tierra. Por lo tanto, para el estudio del movimiento vertical de un cuerpo en el vacío, un sólo conjunto de ecuaciones (19) es suficiente y nos indica a cada instante, la posición y la velocidad del cuerpo.

Ejemplo 1

Se lanza una piedra hacia arriba con una velocidad de 40 m/s. Tomando (aproximadamente) como aceleración de la gravedad 10 m/s^{2}dirigida hacia abajo, calcular:

a) ¿Hasta qué altura sube la piedra?

Escogemos el eje x dirigido hacia arriba, por lo tanto la velocidad inicial es $v_0 = +40\ m/s$, mientras que la aceleración es $a = -10\ m/s^2$. También debemos elegir el origen del sistema de referencia; en este caso, por simplicidad elegimos x = 0 en el lugar de lanzamiento. Por lo tanto$x_0 = 0\ m$. Entonces, las ecuaciones cinemáticas (19 y 20) se reducen a:

$$x = v_0\, t + \frac{1}{2} a t^2; \quad v = v_0 + at \quad ; \quad a = 10 \ \ (\text{m/s}^2)\ ;$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

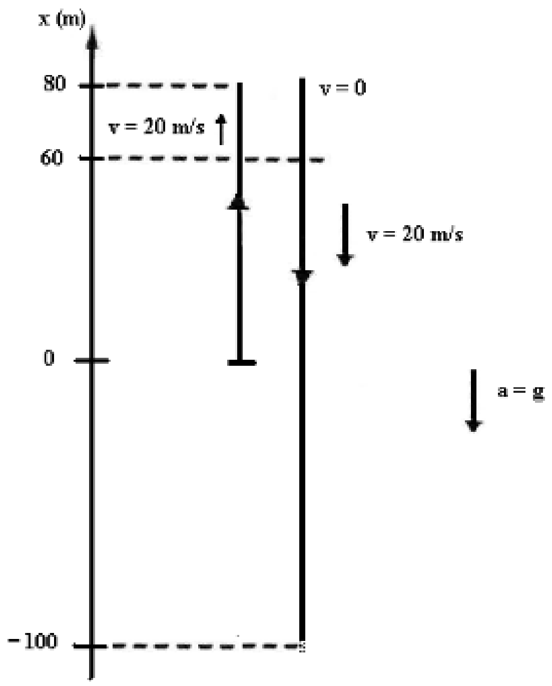


Figura 14

En el punto más alto, la velocidad de la piedra es 0, por lo tanto

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$0 = 40^2 + 2(-10)x$$

$$x = 80\ m\ .$$

b) ¿Qué tiempo empleó para llegar al punto más alto?

$v = v_0 + at\,;$ $\quad 0 = 40 + (-10)t\,;$ $\quad t = 4\ s.$

c) Al cabo de 2 segundos, ¿cuál es la posición de la piedra?

$x = v_0\ t + \frac{1}{2}at^2\,;\ x = (40)2 + \frac{1}{2}(-10)2^2\,;\ x = 60\ m.$

d) Al cabo de 2 segundos, ¿cuál es la velocidad?

$v = v_0 + at\,;\ v = (-10)2 + 40\,;\ v = 20\frac{m}{s}$

e) Al cabo de 6 segundos, ¿cuál es la posición?

$x = v_0\ t + \frac{1}{2}at^2\,;\ x = (40)6 + \frac{1}{2}(-10)6^2\,;\ x = 60\ m.$

La posición es la misma que en (c). Esto nos indica que la piedra después de llegar a la altura máxima, cae regresando hacia su posición inicial.

f) Al cabo de 6 segundos, ¿cuál es la velocidad?

$v = v_0 + at$; $v = 40 + (-10)6$; $v = -20\ m/s.$

La velocidad es dirigida hacia abajo.

g) Al cabo de 10 segundos, ¿cuál es la posición?

$x = v_0\, t + \frac{1}{2}at^2$; $x = 40.10 + 1/2(-10)(10^2)$; $x = -100\ m.$

El signo negativo nos indica que la piedra está por debajo del lugar desde donde fue lanzada, a una distancia de 100 m del mismo.

La figura 14 resume todos estos resultados.

Ejemplo 2

Desde la cima de una torre se deja caer, sin velocidad inicial, una piedra.

a) ¿Cuáles son las ecuaciones cinemáticas del movimiento?

Aquí, es preferible escoger el sentido del eje x hacia abajo, y el origen del mismo en la cima de la torre; por tanto, la aceleración de la gravedad g es positiva y vale + 10m/s^2, y las ecuaciones cinemáticas son:

$x = \frac{1}{2}10t^2$ (m) ; $v = 10t$ (m/s) ; a = 10 (m/s^2) ; $v^2 = 2(10)x$ (m^2/s^2)

b) Si la altura de la torre es $x = 20\ m$, calcular la velocidad al llegar al suelo y el tiempo de caída. *Rta:* $v = 20\ m/s$ y $t = 2\ s.$

Ejemplo 3

Se lanza una piedra hacia abajo con una velocidad de 40 m/s.

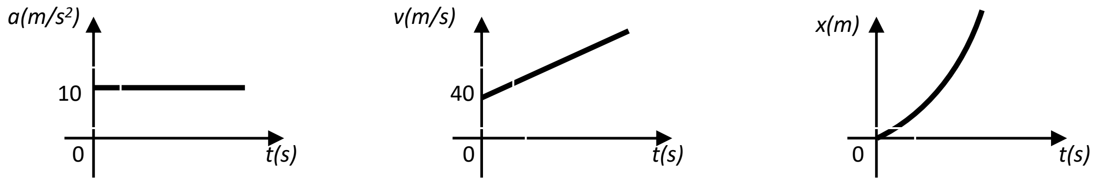
a) Escribir las ecuaciones del movimiento, tomando el eje x hacia abajo.

Con este sentido del eje x, y el origen elegido en el lugar de lanzamiento, la aceleración g y la velocidad inicial son positivas; las ecuaciones son:

$x = 40t + \frac{1}{2}10t^2$ (m) ; $v = 10t + 40$ (m/s) ; a = 10 (m/s^2) ;
$v^2 = 40^2 + 2(10)x$ (m^2/s^2)

b) Si el tiempo de caída fuera de 2 segundos, calcular la posición y la velocidad final de la piedra. *Rta:* $x = 100\ m$ *y* $v = 60\frac{m}{s}$

c) Dibujar cualitativamente las gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.



Guía de ejercicios: Cinemática del Punto

1) Un movimiento se representa por la ecuación $x = 4t$ (donde la posición está en *m* y el tiempo en *s*). ¿Cómo se denomina este movimiento? ¿Cuáles son su velocidad y su posición inicial?

   Rta: MRU; 4 m/s; 0

2) Un punto situado en la abscisa +8m se mueve hasta la abscisa +2m en 3 segundos. ¿Cuál es su desplazamiento y cuál su velocidad media?

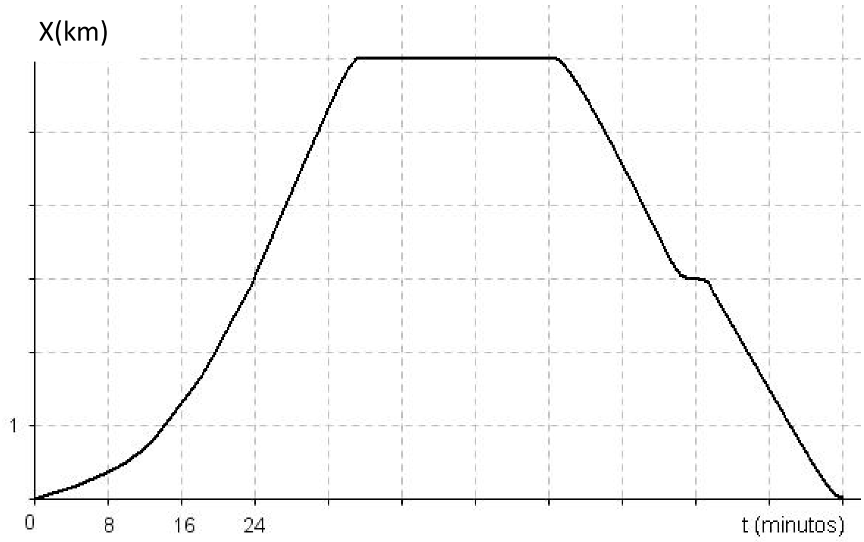
3) Una bala llega a un bloque de madera con una velocidad de 100 m/s y penetra durante 0,1 segundos hasta detenerse. ¿Cuál es su aceleración media?

   Rta: -1000 m/s^2

4) ¿Cuál es la velocidad y cuál la posición inicial del movimiento $x = 3t + 7$? (si la posición se mide en *m* y el tiempo en *s*)

   Rta: 3 m/s; 7 m

5) Un ciclista parte de su domicilio y se dirige a lo largo de una carretera recta hacia la oficina de correos con el propósito de retirar la correspondencia. En la figura se muestra como varía con el tiempo, la posición del ciclista respecto de su domicilio, medida a lo largo de la mencionada carretera:



a) A qué distancia de su domicilio se encuentra la oficina de correos y cuánto tiempo tardo el ciclista en llegar a ella. Exprese sus resultados en tres unidades diferentes.

b) ¿Cuánto tiempo tardó el ciclista en recorrer los últimos 3Km que lo separaban de la oficina de correos?

c) ¿Cuánto tiempo tardó en retirar la correspondencia?

d) Que distancia recorrió en el intervalo de tiempo (24min, 72min) y cuál fue el desplazamiento neto del ciclista en el mencionado intervalo de tiempo.

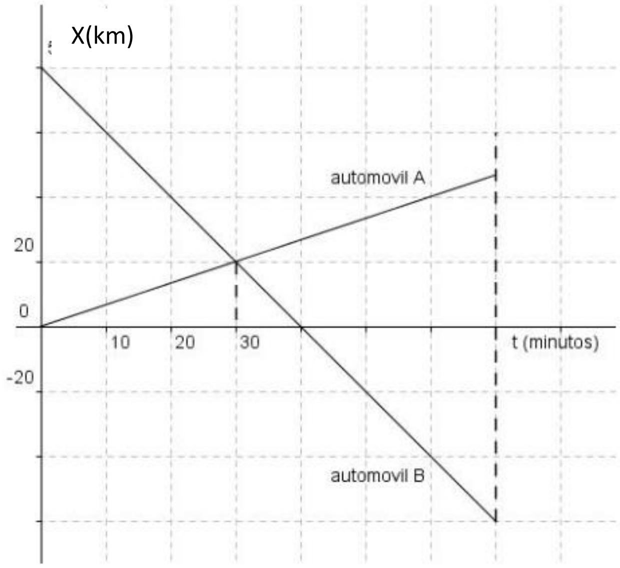
e) Determinar aproximadamente la posición del ciclista respecto de su domicilio a los 30 y 80 minutos de su partida.

f) Determinar la distancia total recorrida por el ciclista.

g) Describa el comportamiento del ciclista durante el intervalo de tiempo empleado en su regreso.

h) Determinar la velocidad media del ciclista en los intervalos de tiempo: (0min, 2min), (24min, 36min), (72min, 90min).

6) Dos automóviles A y B se mueven en sentido opuesto a lo largo de una misma carretera. La posición de dichos automóviles respecto de un puesto caminero medida a lo largo de la mencionada carretera, varía con el tiempo como se muestra en la figura.



a) Determinar la posición de ambos automóviles en el instante inicial.

b) Determinar a partir de las ecuaciones horarias, cuánto tiempo después de pasar por el puesto caminero el automóvil A se cruza con el automóvil B.

c) Determinar la posición de ambos automóviles respecto del puesto caminero en el instante en que se cruzan.

d) Determinar aproximadamente la distancia que ha recorrido cada automóvil desde el instante inicial hasta el instante en que se cruzan.

e) Determinar aproximadamente la posición del automóvil A en el instante en que el automóvil B pasa por el puesto caminero.

f) Determinar aproximadamente la distancia entre ambos automóviles 40 min después que el automóvil B pasó por el puesto caminero.

g) Determinar la velocidad media de cada vehículo en los intervalos de tiempo: (0min, 30min) y (30min, 40min).

7) Una pelota de tenis pega sobre una raqueta con una velocidad de 50 m/s y rebota con la misma rapidez. Si la pelota estuvo en contacto con la raqueta durante un tiempo de 0,01 s, ¿Cuál fue su aceleración media durante el contacto?

Rta: 10^4 m/s^2

8) Sobre una recta, un cuerpo A con velocidad constante, se encuentra en t=0 s en el punto origen, y en el tiempo t=1s, en x=1m. Sobre la misma recta, otro cuerpo B, con velocidad constante se encuentra en t=0 en x=5 m y en el tiempo t=1s, en x=3m

a) ¿En qué instante, la distancia entre los dos cuerpos es de 1 m?

b) ¿En qué instante se encuentran?

Rta: 2s;5/3s.

9) El gráfico representa la posición de un auto, medida a partir del origen de una ruta (en X = 0), en función del tiempo.

a) ¿Cuál es la posición del auto al principio del movimiento?

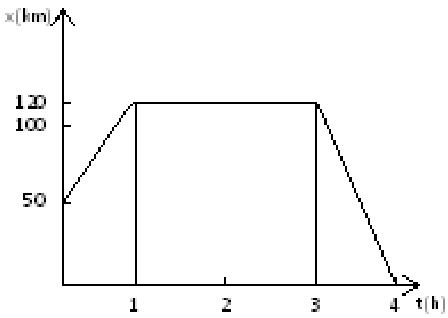
b) ¿Qué posición tiene en t = 1 h?

c) ¿Qué velocidad tuvo en la primera hora de viaje?

d) ¿En qué posición y por cuánto tiempo permaneció detenido?

e) ¿Cuál es su posición a las 4 h de viaje?

f) ¿Cuál fue su velocidad en el viaje de regreso?



10) Dos autos se mueven uno hacia el otro, el primero con una rapidez de 80 km/h y el segundo con una de 120 km/h. Inicialmente están separados 10 km.

a) Elija un sistema de referencia.

b) Arme las ecuaciones horarias de cada auto.

c) Calcule cuándo y dónde se cruzan.

d) Grafique la posición en función del tiempo de ambos autos y verifique gráficamente el resultado del inciso anterior.

11) Un turista A, que es perseguido por otro furioso B, está corriendo en línea recta hacia su auto con una velocidad de 4 m/s. El auto se encuentra a una distancia *d* del turista A. El turista B se encuentra 26 m detrás del turista A y lo persigue con una velocidad de 6 m/s. Sabiendo que el turista A llega a salvo a su auto, ¿Cuál es el máximo valor posible para *d*?

12) Un movimiento se representa por la ecuación $x=4t^2$ (posición en *m* y tiempo en *s*). a) ¿Cómo se denomina este movimiento? b) ¿Cuáles son su aceleración, su velocidad inicial y su posición inicial? c) Escribir la ecuación de la velocidad en función del tiempo.

*Rta:*a) MRUV; b) $8m/s^2$; 0; 0; c) v=8t

13) Referido al movimiento de un móvil en trayectoria rectilínea, indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

1- En el M.R.U. la posición es directamente proporcional al tiempo.

2- Si se grafica la posición de un móvil en función del tiempo, se obtiene la trayectoria del movimiento.

3- Si la aceleración es nula, el móvil puede estar en movimiento.

4- En el M.R.U.V la aceleración es función lineal del tiempo.

5- El movimiento de caída libre es un M.R.U.

6- Cuando se lanza un móvil verticalmente hacia arriba y llega al punto más alto, el valor de la aceleración es nula.

7- En el M.R.U.V. la posición es una función cuadrática del tiempo.

14) Un fusil tira una bala verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 700m/s. ¿Hasta qué altura (teórica) sube la bala? ¿Cuánto tiempo dura el ascenso?

Rta: 24.500m; 70s

15) Una piedra soltada sin velocidad inicial golpea el suelo con una velocidad de 40m/s. ¿Desde qué altura cayó?

$Rta: 80\ m$

16) Un cuerpo que parte del reposo se mueve durante 8 segundos con una aceleración constante de 10 cm/s^2, para luego frenarse a razón de 8 cm/s^2 hasta detenerse:

a) Calcular la máxima velocidad alcanzada por el cuerpo.

b) Determinar el tiempo durante el cual el cuerpo estuvo en movimiento.

c) Determinar la distancia recorrida desde el instante en que se puso en movimiento.

d) Suponiendo que en el instante inicial el cuerpo se encontraba a 50 cm de un punto elegido como referencia, realizar gráficas cualitativas para la aceleración, la velocidad y la posición del cuerpo en función del tiempo.

17) Un auto parte del reposo y se desplaza con una aceleración de 1 m/s^2 durante 10 s. Luego se apaga el motor y el auto ***desacelera*** lentamente debido a la fricción, durante 10 s a un promedio de 40 cm/s^2. Entonces se aplican los frenos y el auto se detiene en los siguientes 5 s.

a) Realizar gráficos cualitativos para la aceleración, velocidad y posición del auto en función del tiempo.

b) ¿Cuál es la máxima velocidad lograda por el auto?

c) Calcular la distancia total recorrida por el auto.

d) ¿Cuál es la aceleración en el último tramo?

18) Una piedra cae desde el reposo y al pasar por el punto A, ubicado por encima de la superficie del piso, lleva una velocidad de 40 m/s. Al pasar por otro punto B, su velocidad es de 60 m/s.

a) Calcule la distancia entre ambos puntos.

b) Calcule el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.