1.4.0 NÚMEROS RACIONALES

El conjunto ***Q*** de los números racionales es un conjunto que contiene a los enteros ***Z*** y además en él tienen solución las divisiones donde el dividendo no es múltiplo del divisor.

Para ello definimos los *"números fraccionarios"* como el cociente entre dos enteros a y b cualesquiera, (b $\neq$ 0).

Los números $\frac{1}{5}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{12}{7}$ son números fraccionarios.

Luego tenemos que $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Z} \cup \boldsymbol{F}$, es decir, el conjunto de números racionales es unión del conjunto de números enteros y el conjunto de números fraccionarios.

Dos o más fracciones distintas pueden representar el mismo número. Esto es así, porque una fracción puede ser la forma más simplificada de otra.

Por ejemplo, las fracciones $\frac{4}{5}$ *y* $\frac{8}{10}$ representan el mismo número ya que $\frac{8}{10} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2}$

Si dos fracciones $\frac{a}{b}$ *y* $\frac{c}{d}$ son tales que a . d = b . c entonces son iguales o sea representan el mismo número.

1.4.1 EXPRESIONES DECIMALES

$\frac{2}{50} = 0{,}04; \quad \frac{2}{3} = 0{,}\widehat{6};\ldots.$

"Un número racional puede expresarse con una fracción o con una expresión decimal"

Al efectuar la división entre numerador y denominador de una fracción, para obtener la expresión decimal puede ocurrir que:

- En algún paso de la división el resto es cero.
- En algún momento los restos comiencen a repetirse.

En el primer caso se obtiene una <u>expresión decimal finita</u> y en el segundo se dice que la expresión decimal es <u>periódica,</u> las cifras que se repiten forman el período de la expresión decimal.

$\frac{1}{4} = 0{,}25$
expresión decimal finita.

$-\frac{1}{3} = -0{,}333\ldots = -0{,}\widehat{3}$
expresión decimal infinita.

$\frac{3549}{990} = 3{,}5848484\ldots = 3{,}584$
expresión decimal infinita

RECÍPROCAMENTE:

"Toda expresión decimal finita ó periódica corresponde a un número racional"

Un número fraccionario también puede escribirse como una expresión decimal, que puede ser finita o infinita.

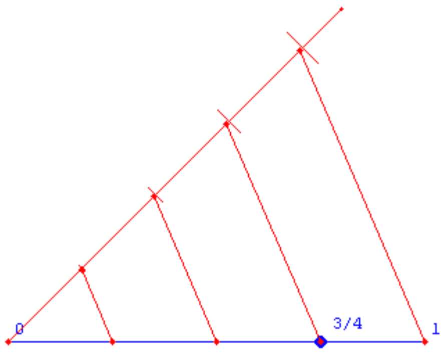
Las expresiones decimales infinitas tienen *"período"* y pueden tener *"parte no periódica"* como el tercer ejemplo. La parte anterior a la coma se llama *"parte entera"*. Las expresiones decimales pueden, recíprocamente, expresarse como una fracción.

1.4.2 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE Q

Los números racionales se pueden representar construyendo las fracciones sobre la recta.

➢ ***Si el numerador es menor que el denominador*** (es decir, su expresión decimal es un número comprendido entre 0 y 1)

Para representar el número $\frac{3}{4}$, dividimos al segmento unidad en cuatro partes iguales y tomamos 3, contando desde 0. Para ello seguimos los siguientes pasos utilizando regla, escuadra y compás:



- Dibujamos un segmento horizontal. Señalamos el extremo izquierdo con el número 0 y el derecho con el 1. Ese será nuestro segmento unidad.
- Trazamos desde el 0 una semirrecta cualquiera que no sea horizontal.
- Con el compás, marcamos en esa semirrecta, desde el 0, cuatro medidas iguales.
- Con una regla trazamos el segmento que une la última marca del compás en la semirrecta con el punto 1.
- Utilizando la regla y la escuadra, trazamos paralelas a ese segmento que pasen por las otras tres marcas del compás.
- Los puntos de corte de esos segmentos en el segmento unidad dividen al mismo en cuatro partes iguales.

➢ ***Si el numerador es mayor que el denominador*** (es decir, su expresión decimal es un número mayor que 1)

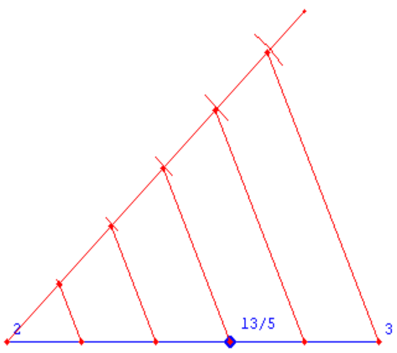
¿?

¿N es denso?
¿Z es denso?

La fracción se puede descomponer en suma de un número entero más una fracción menor que la unidad. Por ejemplo:

$$\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5},$$

donde 2 es el cociente entero de la división de 13 entre 5 y 3, el resto.
Así, el número 13/5 será un punto comprendido entre el 2 y el 3. Para representar el número 13/5 deberemos representar el número 3/5 en el segmento [2,3], es decir, dividir el segmento [2,3] en 5 partes y tomar 3 desde el punto 2.



En esta construcción, podemos ver que dados dos puntos de una recta (representativos de números racionales) entre ellos se pueden realizar aún infinitas divisiones.

Esto es lo mismo que decir que entre dos números racionales siempre existen "infinitos racionales".

Por gozar de esta propiedad, se dice que ***Q*** es "*denso*". Se podría pensar entonces que toda la recta está cubierta, o sea, que cada punto de ella es la gráfica de algún número racional y viceversa. Sin embargo, veremos a continuación, que ello no es cierto.