ACTIVIDADES

1) Indicar si las siguientes expresiones son polinomios. En caso afirmativo, indicar su grado, coeficiente principal y término independiente.

- **a)** $P(x)=2x-x^2$
- **b)** $Q(x)=1$
- **c)** $R(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$
- **d)** $T(x)=2\sqrt{x}+x^2-1$
- **e)** $P(x)=2x^8+\pi$

2) Indicar si los polinomios están ordenados y/o completos. En caso de no estarlo, escribirlos ordenados y completos.

- **a)** $P(x)=x^4-2x^3+x^2+5x-12$
- **b)** $Q(x)=3+\dfrac{1}{2}x^3-5x+\dfrac{3}{2}x^2$
- **c)** $S(x)=-5x-3+2x^2$
- **d)** $T(x)=-1+4x^3$
- **e)** $M(x)=x^3+\dfrac{1}{4}x^5-2$

3) Escribir, si es posible, los polinomios que cumplan con las siguientes características:

- **a)** Es un trinomio de grado 4, su coeficiente principal es 9, tiene un término cúbico con coeficiente -1 y su término independiente es -6.
- **b)** Es mónico completo de grado impar mayor que tres, de forma tal que, ordenado, cada coeficiente sea el doble del que le sigue.
- **c)** Es completo de grado seis, de forma tal que los monomios de grado par tengan coeficientes racionales y los de grado impar tengan coeficientes irracionales.
- **d)** Es completo de grado seis, de forma tal que, en cada monomio, la diferencia entre el coeficiente y el exponente sea siempre igual 2.

4) Encontrar la especialización o valor numérico de los siguientes polinomios.

- **a)** $P(x)=2x^3-4x^2+2x-3$ para $x=-1$

b) $S(x)=4x^2-5x+2$ para $x=0$

c) $Q(x)=x^4-x^2+5$ para $x=\frac{1}{2}$

5) Hallar el valor m ∈ R en los siguientes polinomios, para que se cumplan las condiciones indicadas en casa caso:

a) $P(x)=x^3+2x^2+x^4-mx \quad y \quad P(-1)=3$

b) $Q(x)=x^4-\frac{1}{3}x^2-m \quad y \quad Q(1)=2$

c) $S(x)=-x^2+3\sqrt{5}x-m \quad y \quad S\left(\sqrt{5}\right)=0$

6) Hallar $a\in\mathbb{R}$ de forma tal que la especialización de $F(x)=3x^4+ax^2-2x-5$ sea igual a 6 cuando x es igual al coeficiente principal del polinomio.

7) Dados los polinomios $P(x)=3x^3-5x+2$, $Q(x)=4x^2+x-1$ y $R(x)=2x-3$, resolver las siguientes operaciones y escribir al polinomio resultado ordenado en forma decreciente.

a) $P(x)+Q(x)$

b) $-2.P(x)+\frac{1}{2}.R(x)$

c) $[R(x)]^2-Q(x).x$

d) $P(x)-R(x)$

e) $P(x).R(x)+Q(x)$

8) Dados los polinomios $M(x)=2x^3-5x^2+x+6$ y $N(x)=\left(3x+\frac{1}{3}\right)^2$, hallar $P(x)$, sabiendo que $2.N(x)+P(x)=M(x)$.

9) Resolver las siguientes divisiones. Indicar el cociente y el resto de cada una y realizar la comprobación.

a) $\left(4x^2+5x-6\right):\left(2x+4\right)$

b) $\left(-x+4x^3-2x^6-x^4\right):\left(x^3+x+1\right)$

c) $\left(4x^4-6x^2+8\right):\left(x^2-4\right)$

d) $\left(x^{7}-2x^{6}-6x+1\right):\left(x^{3}+2x\right)$

10) En cada inciso, encontrar, si existe, un polinomio $M(x)$ que verifique:

a) $3x^{5}-6x^{4}-3x+6=\mathrm{M}(x).\left(x^{3}-2x^{2}+x-2\right)$

b) $x^{5}-\mathrm{x}^{4}-16\mathrm{x}+16=\mathrm{M}(x).\left(-2x^{2}+x\right)$

11) Encontrar $Q(x)$ sabiendo que: $3x^{4}-x^{3}-6x^{2}-5=Q(x).(x-1)+(3x-12)$

12) Hallar el polinomio dividendo $P(x)$ sabiendo que el resto es $R(x)=3x^{2}+x$, el cociente $C(x)=x^{3}.R(x)$ y el divisor $Q(x)$ es $Q(x)=x^{4}.R(x)$.

13) Resolver cada una de las siguientes divisiones; cuando sea posible aplicando la Regla de Ruffini. Luego, escribir el polinomio cociente $C(x)$ y el polinomio resto $R(x)$.

a) $\left(8x^{2}-3x+4\right):(x-4)$

b) $\left(x^{3}-3x-30\right):(x+2)$

c) $\left(4x^{5}+2x^{3}-x+6\right):\left(x^{2}+1\right)$

d) $\left(x^{7}-2x^{6}-6x+1\right):\left(x^{3}+2x\right)$

e) $\left(6x^{7}-2x^{6}-x^{4}+x\right):(x-1)$

f) $\left(x^{4}+\frac{2}{3}x^{2}-x+2\right):(x+3)$

14) Determinar, justificando la respuesta, si $P(x)$ es divisible por $Q(x)$.

a) $P(x)=x^{3}-8$ y $Q(x)=x-2$

b) $P(x)=2x^{7}+3x^{6}+18x^{3}+29x+10$ y $Q(x)=x+1$

c) $P(x)=x^{2}-5x+6$ y $Q(x)=x-3$

15) Determinar el valor de $k\in\mathbb{R}$ para que el polinomio $P(x)$ resulte divisible por $T(x)$.

a) $P(x)=x^{3}+kx^{2}+k+4$ y $T(x)=x-1$

b) $P(x)=kx^4-4x^3+16kx-16 \quad y \quad T(x)=x+2$

16) Determinar, en cada caso, cuáles de los números indicados son raíces del polinomio dado en cada caso:

a) $P(x)=3x^2+5x-2 \qquad x=-2, x=-1 \ y \ x=\frac{1}{3}$

b) $P(x)=-2x^3+x^2-x-1 \qquad x=2, x=-1 \ y \ x=-\frac{1}{2}$

17) A partir de la expresión factorizada de los siguientes polinomios, determinar grado, raíces y sus órdenes de multiplicidad. ¿Alguno de ellos es mónico?

$a)$ $P(x)=2.(x-5).(x+6)$

$b)$ $P(x)=(x+3).(x+3).(x-2)$

$c)$ $P(x)=-3.(x+1).(x+1).(x+1)$

$d)$ $P(x)=x.(x-2)^5.(x+3)^2$

18) Expresar en forma factorizada a cada uno de los siguientes polinomios y determinar sus raíces reales.

a) $P(x)=x^3-4x$

b) $P(x)=x^3-2x^2-3x+6$

c) $P(x)=4x^3-1-x^2+4x$

d) $P(x)=25x^4+10x^3-5x^2$

e) $P(x)=x^4+1+2x^2$

f) $P(x)=x^2-10x+25$

g) $P(x)=3x^2-15$

h) $P(x)=x^5+20x^3+100x$

i) $P(x)=19x^4-4x^4$

j) $P(x)=(x^4-18x^2+81).(x^5+4x^3)$

k) $P(x)=x^4-1$