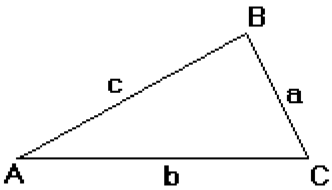
3.9.0 TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS



Teorema del Seno

En el triangulo ABC se verifica

$$\frac{senA}{a} = \frac{senB}{b} = \frac{senC}{c}$$

Teorema del Coseno

En el triangulo ABC se verifica

$a^2 = c^2 + b^2 - 2.c.b.\cos A$
$b^2 = c^2 + a^2 - 2.c.a.\cos B$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$

Las funciones trigonométricas se pueden utilizar para resolver triángulos no rectángulos, como en los ejemplos (3) y (4) de 3.1.0

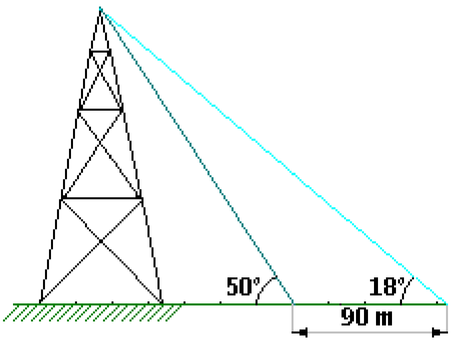
En estos casos se aplican las fórmulas del seno o del coseno, según los datos del problema.

MÁS EJEMPLOS

1. ¿Cuál es la altura de una torre si el ángulo de elevación disminuye de 50º a 18º cuando un observador que está situado a una cierta distancia del pie de la torre, se aleja 90m en la misma dirección?.

SOLUCIÓN:

- Dibujamos un diagrama con los datos.
- El problema puede resolverse por dos caminos.



a) Usando triángulos rectángulos

En el triángulo ABC se verifica la relación: tg 50º = $\frac{h}{x}$ (1)

En el triángulo ABD se verifica la relación: tg 18º = $\frac{h}{x+90}$ (2)

De (1) se tiene h = x. tg 50º

De (2) se tiene h = (x + 90). tg 18º

Igualando los segundos miembros se tiene:

$$x.\text{tg } 50º = (x + 90).\text{tg } 18º$$
$$x.1,2 = (x + 90).0,32$$
$$x.1,2 = x.0,32 + 90.0,32$$
$$x.(1,2 – 0,32) = 28,8$$
$$x.0,88 = 28,8$$
$$x = \frac{28,8}{0,88} \cong 32,7$$

Sustituyendo en (1) es h = 32,7.tg 50º $\cong$ 38,97m

$\therefore$ La torre tiene una altura aproximada de 39m

b) Aplicando el teorema del seno, se puede calcular $\overline{AC}$ y luego usando la definición de razón trigonométrica se calcula h.

- Calculamos los ángulos para aplicar el teorema.

$$\frac{sen32^o}{90} = \frac{sen18^o}{d} \quad \therefore \quad d = \frac{90.sen18^o}{sen32^o}$$

$$d \cong 52{,}6m$$

- En ABC calculamos h = 52,6.sen50º

$$h \cong 40{,}3m$$

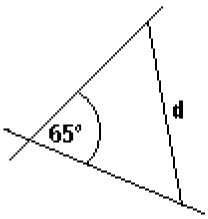
2) Dos carreteras rectas divergen formando un ángulo de 65º. Dos automóviles salen de la intersección a las 2:00 PM; uno viaja a 70 km/h y el otro a 90 km/h. ¿Qué distancia los separa a las 2:30 PM ?.

SOLUCIÓN:

- Dibujamos un diagrama.
- Suponemos que los automóviles viajan con M.U., luego se verifica d = v.t
- El tiempo es t = ½ h
- La distancia que recorrió cada automóvil está dada por:

  d1 = 70 km/h . ½ h = 35 km = $\overline{OA}$

  d2 = 90 km/h . ½ h = 45 km = $\overline{OB}$



- Se puede calcular $\overline{AB}$
- Aplicando el teorema del coseno se tiene.

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos 65^o$$
$$d^2 = 45^2 + 35^2 - 2.45.35.\cos 65^o$$
$$d^2 \cong 2025 + 1225 - 1331{,}25$$
$$d^2 \cong 1918{,}75$$
$$d \cong 43{,}8 \text{ km}$$