2.2.0 DIFERENTES FORMAS DE REPRESENTAR UNA FUNCIÓN

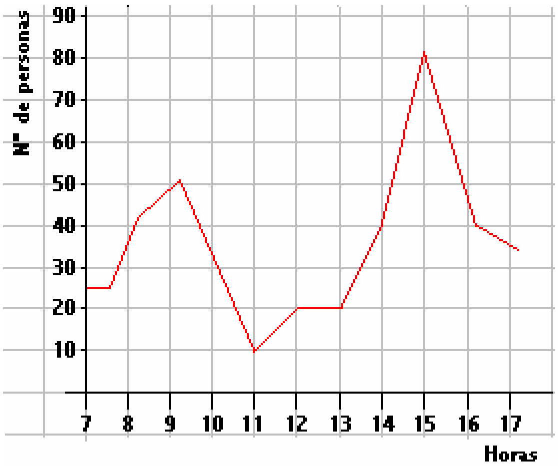
La relación entre las variables independiente y dependiente puede establecerse mediante: gráficas, tablas numéricas, textos, expresión algebraica,…

2.2.1 MEDIANTE GRÁFICAS

Para que la información obtenida de la gráfica sea precisa, es necesario tener en cuenta:

- La escala utilizada en cada eje.
- La información numérica o verbal que aparece en los ejes.

La gráfica representa la actividad en un andén de una estación de trenes desde las 7 horas a las 17 horas. Respondé las siguientes preguntas:



¿Cuántas personas están a las 7 h?.
¿Cuántas personas están a las 9 h?.
¿Cuántas personas están a las 15 h?.
¿A que hora la actividad es mayor?.
¿A que hora la actividad es la mínima?

2.2.2 MEDIANTE UN TEXTO

A partir de la lectura de un texto, en el que se relacionan dos magnitudes, podemos obtener una gráfica que permita visualizar la información

"Matías salió de su casa una mañana y bajó las escaleras en dos minutos. Al llegar a la calle tuvo que detenerse, pues se encontró con el semáforo en rojo. Poco después cruzó la calle en dirección al parque; allí comenzó a caminar cada vez más deprisa, hasta correr; cansado, al poco tiempo disminuyó la marcha y luego se sentó en un banco. Después del descanso, de regreso a su casa, la única parada la hizo para comprar el diario y conversar con el quiosquero."

Describí mediante una gráfica aproximada, que relacione tiempo – velocidad, la situación anterior.

2.2.3 MEDIANTE UNA TABLA DE DATOS

- Los datos se representan gráficamente eligiendo la escala adecuada.
- Si es posible, se intenta dibujar una curva que los aproxime.
- A partir de la curva se pueden calcular datos que no figuran en la tabla.

☞ La siguiente tabla muestra la estatura de un niño desde 0 a 5 años.

Edad (años)	0	1	2	3	4	5
Estatura (cm)	49	63	75	84	96	109

a) Representá gráficamente los datos.
b) ¿El crecimiento por año es uniforme?
c) ¿Hay alguna relación entre la estatura y la edad?
d) Realizá la gráfica con la misma escala en los dos ejes y comparala con la que se obtiene utilizando escalas distintas en cada eje.
e) ¿Cuál da la información más clara?

2.2.4 MEDIANTE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Hay una gran cantidad de funciones que pueden expresarse mediante una fórmula o expresión algebraica, que relaciona de forma exacta y sintética las variables.

Así en los primeros ejemplos expresamos:

1) $h = 80 - 5\,t^2$ entonces $h = f(t)$

2) $l = 0.05\,p$ entonces $l = f(p)$

Ventajas de la expresión algebraica

- Comodidad de expresión.
- Precisión en los cálculos.
- Posibilidad de recurrir a modelos conocidos y estudiados.
- Aplicación de métodos específicos para analizar las funciones y extraer gran cantidad de información.

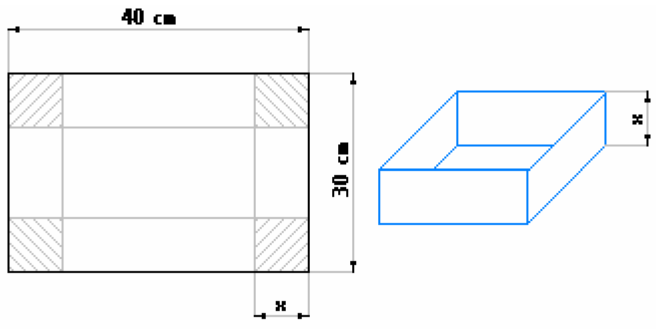
1) Con un cartón de *40 cm* por *30 cm* se desea fabricar una caja, sin tapa, recortando cuadrados de igual lado, en las esquinas.

- Calculá el volumen de la caja en función del lado del cuadrado.
- ¿Cuál es el dominio de la función?.

SOLUCIÓN:

- Dibujamos un diagrama y asignamos una notación adecuada.
- Relacionamos las variables.

V = Superficie base x altura



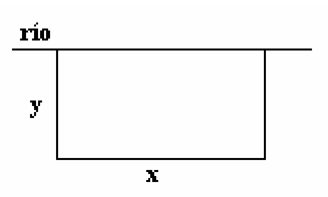
Luego si $\begin{cases} Sup\ base = (40 - 2\,x)\,(30 - 2\,x) \\ altura = x \end{cases}$

Entonces $\boxed{V = (40 - 2\,x)\,(30 - 2x)\,x}$

Los valores de "x" están comprendidos entre *0* y *15*. ¿ Por qué?.

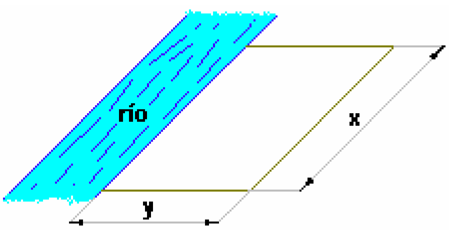
Luego $D_f = (0{,}15) = \{x \in R \,/\, 0 < x < 15\}$

2) Un lado de un terreno rectangular tiene como límite natural un río, y se utilizan *200 m* de alambre para cercar los otros tres lados. Si "*x*" es la longitud del lado del terreno paralelo al río:



- Expresá el área del terreno como función de "*x*".
- Indicá el dominio de la función resultante.

SOLUCIÓN:



Dibujamos un diagrama y asignamos una notación adecuada:

x: lado paralelo al río.
y: lados no paralelos al río.

Relacionamos las variables.
Sabemos que se utilizan *200 m* de alambre para cercar el terreno, entonces

$$200 = x + 2\,y \qquad (1)$$

Tenemos que expresar el área del terreno:

$$\boldsymbol{A = x\ y} \qquad (2)$$

como función de "*x*"

- Despejamos "*y*" de (1)

$$200 - x = 2y \quad \Rightarrow \quad \frac{200 - x}{2} = y \quad \text{ó} \quad y = 100 - \frac{x}{2}$$

- Sustituímos en (2) y obtenemos

$$\boxed{A = x\left(100 - \frac{x}{2}\right)}$$

Luego el área del terreno como función de "*x*" es:

$$\boxed{A(x) = 100\,x - x^2}$$

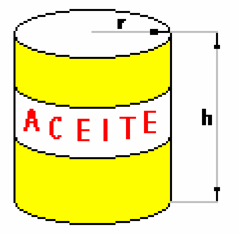
Como el área es positiva, el dominio de la función está dado por:

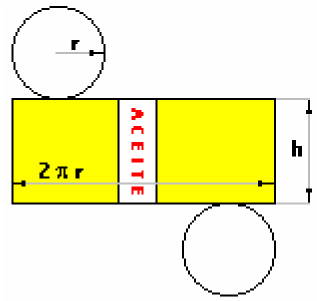
$$D_f = \{\, x \in R \ / \ 0 < x < 200 \,\}$$

3) Una lata contiene un litro de aceite. El material de la base y la tapa cuestan $3{,}5\ \$ / cm^2$ y el lateral cuesta $2{,}8\ \$ / cm^2$. Expresá el costo de fabricación de la lata en función del radio de la base.

SOLUCIÓN:

Dibujamos un diagrama





- Asignamos nombre a las variables: *r*: radio; *h*: altura; *C*: costo

- Relacionamos las variables.

El costo total dependerá de las superficies

Sup. base = πr^2

Sup. Lateral = $2\ \pi r h$

y se puede expresar: *C* total $= C\ base\ .\ 2\ Sup.\ Base + C\ lat.\ S\ lateral$;
sustituyendo los valores se tiene:

$$\boxed{C = 3{,}5\,(2\ \pi\ r^2) + 2{,}8\,(2\ \pi\, r\, h) \qquad (1)}$$

El volumen de la lata es $V = \pi r^2 h$

Como el volumen *es 1 litro* = $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$ entonces $1000 = \pi\ r^2\ h$

- Despejamos el valor de h $\Rightarrow$ $h = \dfrac{1000}{\pi r^2}$

- Sustituímos en (1); entonces se tiene:

$$C = 3{,}5\ (2\ \pi\ r^2\ ) + 2{,}8\ (2\ \pi\ r\ \frac{1000}{\pi r^2}\ )$$

  Entonces la fórmula:

$$\boxed{C\ (r) = 7\ \pi\ r^2 + \frac{5600}{r}}$$

  representa el costo de fabricación en función del radio.