

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS

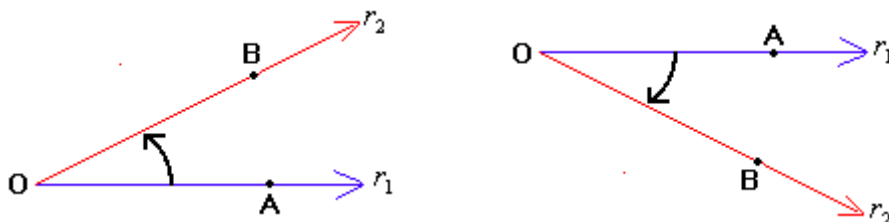
Como planteamos en los problemas de 3.1.0., para calcular distancias a puntos inaccesibles es posible considerar el método de triangulaciones, que se basa en la propiedad de resolver trigonométricamente un triángulo.

Si en un triángulo se conocen un lado y dos de sus ángulos o bien dos lados y el ángulo comprendido, es posible calcular fácilmente los restantes elementos del triángulo.

Para resolver estos problemas presentamos las funciones trigonométricas como funciones de ángulos, es decir, funciones que asocian a cada ángulo un número real

3.7.1 ÁNGULOS

Un ángulo A O B consta de dos semirrectas r_1 y r_2 , con un origen común: O .



Interpretamos un ángulo como la rotación de r_1 hacia r_2 . En este caso a r_1 se lo llama lado inicial y a r_2 se lo llama lado terminal del ángulo. Si el sentido de la rotación es antihorario el ángulo se considera positivo y si el sentido es horario se lo considera negativo.

3.7.2 SISTEMAS DE MEDICIÓN

- **Sistema sexagesimal:** es uno de los sistemas más usados. Su unidad de medida es el ángulo igual a la noventa ava parte del ángulo recto y se lo llama grado sexagesimal

En símbolos

$$\frac{1 \text{ ángulo recto}}{90} = 1^\circ$$

Los submúltiplos son el minuto y segundo sexagesimal, que se definen:

$$\frac{1}{60} = 1' (\text{minuto})$$

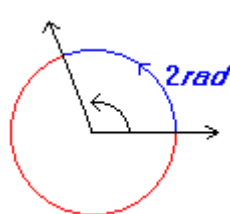
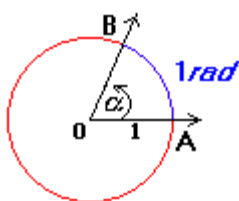
$$\frac{1'}{60} = 1'' (\text{segundo})$$

- **Sistema radial**

Se define la unidad de medida de la siguiente manera: se traza una circunferencia de radio 1 con el vértice del ángulo coincidiendo con su centro, la medida de ese ángulo es de un radián (rad) si el arco de circunferencia que abarca tiene una longitud igual al radio de la misma

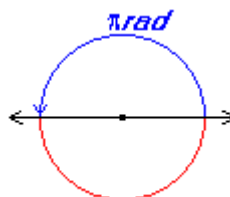
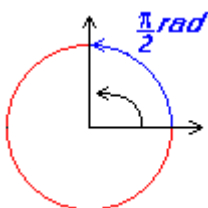
$$1 \text{ rad} = \frac{\text{long } AB}{OA} = \frac{\text{long } AB}{1}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \cong 57.296^\circ$$



RELACIÓN ENTRE GRADOS Y RADIANES

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \quad ; \quad 180^\circ = \pi \text{ rad} \quad ; \quad 1^\circ = \frac{\pi \text{ rad}}{180}$$



Para convertir grados a radianes : $\alpha' = \frac{\pi}{180^\circ} \alpha^\circ$

Para convertir radianes a grados : $\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \alpha'$



- Expresá 120° en radianes
- Expresá 2.5 rad. en grados sexagesimales

SOLUCIÓN: Usando la relación entre grados y radianes obtenemos

$$\text{a) } 120^\circ = 120^\circ \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} = \frac{2}{3} \pi \text{ rad}$$

$$\text{b) } 2.5 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} 2.5 \cong \frac{180^\circ 2.5}{3.1416} \cong 143^\circ 14' 20''$$